



**UNIVERZITET CRNE GORE  
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET**



**Zoja Vuljaj**

**Virtuelni instrument za analizu, kompresiju i klasifikaciju  
EKG signala**

**- MAGISTARSKI RAD -**

**Podgorica, 2017.**

## PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANTU

Ime i prezime: Zoja Vuljaj

Datum i mjesto rođenja: 01.02.1991. Podgorica

Prethodno završene studije:

Osnovne studije: Elektrotehnički fakultet Podgorica, Univerzitet Crne Gore, Elektronika, telekomunikacije i računari, 180 ECTS kredita, 2015.

Specijalističke studije: Elektrotehnički fakultet Podgorica, Univerzitet Crne Gore, Elektronika, telekomunikacije i računari (Smjer: Elektronika), 60 ECTS kredita, 2016.

## INFORMACIJE O MAGISTARSKOM RADU

Elektrotehnički fakultet

Studijski program: Akademske magistarske studije, studijski program: Elektronika, telekomunikacije i računari

Naslov rada: **Virtuelni instrument za analizu, kompresiju i klasifikaciju EKG signala**

Mentor: Prof. dr Irena Orović

## UDK, OCJENA I ODBRANA MAGISTARSKOG RADA

Datum prijave magistarskog rada: 05.04.2017.

Datum sjednice Vijeća na kojoj je prihvaćena tema: 06.09.2017.

Komisija za ocjenu teme i podobnosti magistranta:

1. Prof. dr Budimir Lutovac
2. Prof. dr Srđan Stanković
3. Prof. dr Irena Orović

Komisija za ocjenu rada:

1. Prof. dr Budimir Lutovac
2. Prof. dr Irena Orović
3. Prof. dr Srđan Stanković

Komisija za odbranu rada:

1. Prof. dr Budimir Lutovac
2. Prof. dr Irena Orović
3. Prof. dr Srđan Stanković

Datum odbrane: 27.11.2017.

Datum promocije:

## Abstrakt

Rad predstavlja aktuelnu temu iz oblasti biomedicinskog inženjeringa u kojoj se teži automatizovanoj analizi i detekciji anomalija, prenosu signala na daljinu, kao i racionalizaciji korišćenja raspoložive memorije za njihovo skladištenje. Sprovedeno istraživanje bavi se tehnikama obrade i analize EKG signala, odnosno QRS kompleksa kao njihovih najznačajnijih djelova. Naime, analiza QRS kompleksa se često koristi za detekciju pojedinih anomalija srčanog mišića. Signali ovog tipa odlikuju se specifičnim vremenskim karakteristikama i velikom nestacionarnošću, pa je za njihovu analizu razmatrano više pristupa u cilju poređenja i isticanja najpovoljnijeg. Osnovni cilj rada je razvijanje i ispitivanje mogućnosti kompresije signala, kao i njihove klasifikacije i detekcije anomalija.

Polazni cilj istraživanja sastojao se u ispitivanju optimalnosti korišćenja Hermitskog transformacionog domena za kompaktno i vjerodostojno predstavljanje EKG signala. Ova ideja proistekla je iz sličnosti oblika Hermitskih bazisnih funkcija sa talasnim oblikom QRS kompleksa. Sprovedena analiza uključuje posmatranje dvije grupe signala: signali zdravih osoba i signali osoba kod kojih postoji određeni poremećaj srčane aktivnosti. Signali se porede u parovima koje čine po jedan signal iz svake grupe. Najčešće korišćeni domen za analizu signala su vremenski, Fourier-ov i Hermitski domen. U cilju poređenja rezultata koje pružaju, signal je prikazan i analiziran u svakom od navedenih domena. Vodeći se polaznom pretpostavkom, akcent je stavljen na predstavljanju signala u Hermitskom transformacionom domenu. Koeficijenti kojim se opisuje signal u ovom domenu predstavljaju osnov za razvoj klasifikatora signala, tačnije njihovih QRS kompleksa, sa ciljem da se automatizuje procedura detekcije onih QRS kompleksa koji nose podatke o određenoj anomaliji. Sve razvijene tehnike objedinjene su u Virtuelnom instrumentu kreiranom u cilju analize, kompresije i klasifikacije EKG signala.

Rezultati dobijeni analizom raspoloživih podataka dokazali su da je dekompozicija QRS kompleksa pomoću koeficijenata Hermitskog razvoja dominantno bolja u odnosu na standardne tehnike obrade signala korišćenjem Fourier-ove transformacije. Zbog različitosti među signalima i uslovima njihove akvizicije, razmatrana je i parametrizovana Hermitska transformacija koja je omogućila da se značajni parametri transformacije prilagode trenutnom signalu sve dok se ne ostvari željena kompresija. Koeficijenti kojim je signal predstavljen u Hermitskom transformacionom domenu zapravo predstavljaju karakteristična svojstva signala koja su korisna za razvoj tačnog klasifikatora. Spajanjem prednosti Hermitske

## Virtuelni instrument za analizu, kompresiju i klasifikaciju EKG signala

transformacije i tehnika razvijenih u okviru teorije o Mašinama Potpornih Vektora, razvijen je klasifikator koji ispravno razdvaja većinu analiziranih QRS kompleksa na komplekse zdravih osoba i nepravilne komplekse. Kreirani klasifikator vrši detekciju nepravilnih QRS kompleksa sa maksimalnom tačnošću.

Signali predstavljeni u Hermitskom transformacionom domenu opisuju se malim brojem nenultih koeficijenata što im obezbjeđuje visok stepen kompresije, čini ih povoljnim za primjenu metode rekonstrukcije originalnog signala koja se bazira na komprimovanom očitavanju i smanjuje zahtjev za resursima za smještanje podataka koje sadrži. Uzimajući u obzir cjelokupno sprovedeno istraživanje, doprinosi rada sastoje se u mogućnosti implementacije softverskih sistema podrške odjeljenjima za kardiologiju u smislu lakšeg, bržeg i tačnijeg ispitivanja signala snimljenih od različitih pacijenata, efikasnijeg rada sa ovakvim signalima i automatizovane detekcije nepravilnosti u radu srčanog mišića.

**Ključne riječi:** EKG signal, QRS kompleks, Hermitska transformacija, kompresija, klasifikacija, komprimovano očitavanje podataka, virtuelni instrument.

## Abstract

The thesis represents an actual topic in the field of biomedical engineering whose main aims are automated signal analysis and anomaly detection, fast signal transmission and the rationalization of storage demands. The research deals with the ECG processing and analysis techniques, particularly, the analysis of QRS complexes as the most important parts of ECG signals. Namely, the QRS complex analysis is often used for detection of certain heart muscle anomalies. Signals of this kind are characterized by specific temporal characteristics and huge nonstationarities. Therefore, in purpose of their analysis, several different approaches are considered in order to compare them and emphasize the optimal one. The basic goal of the thesis is the development and examination of the possibilities of signal compression, as well as the signal classification and anomaly detection.

The starting point of the research consisted in examining the optimality of the Hermite transform domain for concise and accurate ECG signal representation. This idea comes from the similarity of Hermite basis functions and the QRS complex waveform. During the performed analysis, two groups of signals are observed: the signals belonging to healthy people and the ones belonging to people with some heart activity disorders. The signals are compared in pairs consisting of one signal from each group. Most often applied domains for signal analysis include the time, the Fourier and the Hermite transform domains. For the purpose of the comparison of results obtained in these domains, the signal is represented and analyzed in each of them. Relying on the initial assumption, the focus is made on the Hermite transform domain representation. Coefficients that describe the signal in this domain are employed as a basis for the development of signal classifier, i.e., the classifier of their QRS complexes, with the purpose of automatizing the detection of the complexes that carry the information about a certain disease. All the developed techniques are implemented within the Virtual instrument created for the analysis, compression and classification of ECG signals.

Results obtained by analyzing the available data proved that the decomposition of QRS complexes using the coefficients of the Hermite expansion gives significantly better results compared to the commonly used processing techniques based on the Fourier transform. Due to differences between signals and their acquisition conditions, the parametrized Hermite transform is considered because of the possibility to adapt significant parameters of the transform to the current signal until the required level of compression is achieved. The coefficients that approximate the signal in the Hermite domain actually represent the

characteristic properties that are used for the development of an accurate classifier. By joining the advantages of the Hermite transform and the techniques developed within the theory of Support Vector Machines, a classifier that successfully divides regular and irregular QRS complexes was developed. The designed classifier performs the detection of irregular QRS complexes with highest accuracy.

Signals represented in the Hermite transform domain are described using a small amount of nonzero coefficients which ensures a high compression level, makes them convenient for the application of the original signal reconstruction based on Compressive Sensing and decreases the demand for data storage resources. Taking into account the overall research carried out, the global contributions of this thesis can be seen through the possibility of implementing software support systems in the cardiology department, which would result into easier, faster and more accurate examination of signals acquired from different patients, more efficient dealing with signals of this kind and automatized detection of heart muscle disorder.

**Keywords:** ECG signal, QRS complex, Hermite transform, compression, classification, Compressive Sensing, Virtual instrument.

## Sadržaj:

<b>1. ELEKTRIČNA AKTIVNOST SRCA .....</b>	<b>1</b>
1.1. PROCES NASTANKA OTKUČAJA SRCA .....	1
1.2. ELEKTROKARDIOGRAM i ELEKTROKARDIOGRAF.....	3
1.2.1. REGISTROVANJE ELEKTROKARDIOGRAMA.....	6
1.3. NORMALNI I NEPRAVILNI EKG SIGNALI.....	8
<b>2. OBRADA EKG SIGNALA.....</b>	<b>11</b>
2.1. ANALIZA EKG SIGNALA .....	14
2.1.1. ANALIZA EKG SIGNALA U VREMENSKOM DOMENU .....	14
2.1.2. ANALIZA EKG SIGNALA U TRANSFORMACIONOM DOMENU .....	17
2.1.3. ANALIZA EKG SIGNALA U VREMENSKO - FREKVENCIJSKOM DOMENU.....	20
2.2. DETEKCIJA QRS KOMPLEKSA .....	23
<b>3. HERIMITSKE FUNKCIJE i HERIMITSKA TRANSFORMACIJA .....</b>	<b>32</b>
3.1. UVOD - Potreba za korišćenjem Hermitske transformacije u obradi EKG signala .	32
3.2. HERIMITSKE FUNKCIJE .....	35
3.2.1. KONTINUALNE HERIMITSKE FUNKCIJE .....	35
3.2.2. DISKRETNE HERIMITSKE FUNKCIJE.....	38
3.2.3. OPTIMIZACIJA PARAMETARA HERIMITSKE TRANSFORMACIJE .....	43
3.2.4. KOMPRESIVNO OČITAVANJE KORIŠĆENJEM HERIMITSKOG TRANSFORMACIONOG DOMENA .....	46
<b>4. TEORIJA O MAŠINAMA POTPORNIH VEKTORA (SUPPORT VECTOR MACHINES) .....</b>	<b>49</b>
<b>5. VIRTUELNI INSTRUMENT ZA PREDSTAVLJANJE, ANALIZU I KLASIFIKACIJU EKG SIGNALA.....</b>	<b>60</b>
5.1. ANALIZA EKG SIGNALA I KOMPRESIJA NJIHOVIH QRS KOMPLEKSA ...	61
5.2. KLASIFIKACIJA QRS KOMPLEKSA .....	73
<b>6. ZAKLJUČAK.....</b>	<b>79</b>
<b>REFERENCE.....</b>	<b>80</b>

## Lista slika

Slika 1: Zavisnost međumembranskog potencijala ćelije miokarda od procesa u njenoj unutrašnjosti.....	3
Slika 2: EKG signal.....	3
Slika 3: P, Q, R, S i T talasi.....	4
Slika 4: Teorijski primjer normalnog EKG signala.....	5
Slika 5: RR interval.....	5
Slika 6: a) Povezivanje elektrokardiografa sa tijelom za metodu putem tri bipolarna odvoda sa ekstremiteta, b) Einthoven-ov trougao, c) Povezivanje elektrokardiografa sa tijelom za metodu putem odvoda sa grudnog koša.....	7
Slika 7: EKG signal sa označenim RR intervalima.....	9
Slika 8: QRS kompleksi.....	10
Slika 9: Primjer produženog trajanja procesa repolarizacije.....	10
Slika 10: EKG sa označenim ST segmentima i QT intervalima.....	11
Slika 11: Blok dijagram koraka za obradu EKG signala.....	12
Slika 12: EKG signali pod uticajem šuma.....	13
Slika 13: a) EKG signal; b) Histogram RR intervala.....	15
Slika 14: EKG signal.....	18
Slika 15: Signal predstavljen u Fourier-ovom domenu.....	18
Slika 16: Rekonstruisani EKG signal.....	19
Slika 17: Periodogram EKG signala.....	19
Slika 18: Spektrogram EKG signala.....	21
Slika 19: Primjena S-metode kod EKG signala.....	23
Slika 20: EKG signal sa označenim QRS kompleksima.....	24
Slika 21: Blok dijagram Pan i Tompkins algoritma.....	25
Slika 22: EKG signal.....	26
Slika 23: Signal nakon prolaska kroz filter propusnik niskih učestanosti.....	27
Slika 24: Signal nakon prolaska kroz filter propusnik visokih učestanosti.....	27
Slika 25: Signal nakon diferenciranja.....	28
Slika 26: Signal nakon kvadriranja.....	28
Slika 27: Signal nakon integracije u okviru pomjerajućeg prozora.....	29
Slika 28: Izlazni signal sa označenim Q, R i S talasima.....	30
Slika 29: Izlazni signal sa označenim Q, R i S talasima.....	31
Slika 30: Hermitske bazisne funkcije.....	37
Slika 31: QRS kompleksi u Hermitskom transformacionom domenu.....	42
Slika 32: Zavisnost vremenskog poklapanja Hermitskih bazisnih funkcija i signala koji se aproksimira od stepena bazisnih funkcija.....	44
Slika 33: Optimizovana Hermitska transformacija.....	46
Slika 34: Klasifikacija pomoću Mašine Potpornih Vektora.....	53
Slika 35: Određivanje optimalne razdvojne ravni.....	54
Slika 36: SVM sa blažom razdvojnjom ravni.....	57
Slika 37: Prenos podataka u prostor veće dimenzije u cilju pronalaska optimalne razdvojne ravni.....	58



## Virtuelni instrument za analizu, kompresiju i klasifikaciju EKG signala

Slika 38: Virtuelni instrument za analizu i klasifikaciju EKG signala. ....	61
Slika 39: Paneli. ....	61
Slika 40: Panel za analizu i kompresiju EKG signala i njegovih QRS kompleksa. ....	63
Slika 41: Rad panela za analizu i kompresiju EKG signala i njegovih QRS kompleksa. ....	63
Slika 42: Podprogrami za analizu odabranih QRS kompleksa: a) Prozor za analizu QRS kompleksa koji pripadaju signalima zdravih osoba, b) Prozor za analizu QRS kompleksa koji pripadaju signalima osoba sa srčanom anomalijom.....	64
Slika 43: Analiza QRS kompleksa.....	65
Slika 44: Promjena vrijednosti vremenskog pomjeraja: a) $\tau=0.5$ , b) $\tau=1$ , c) $\tau=13$ , d) $\tau=14$ , e) $\tau=15$ , f) $\tau=16$ , g) $\tau=17$ , h) $\tau=18$ , i) $\tau=25$ .....	67
Slika 45: a) Predstava QRS kompleksa u Hermitskom transformacionom domenu; Uticaj promjene gornje granice faktora skaliranja za vrijednosti vremenskog pomjeraja $\tau=0.5$ i početnog faktora skaliranja $\delta_0=0.1$ : b) $\delta_{\max}=0.5$ , c) $\delta_{\max}=1$ , d) $\delta_{\max}=1.5$ , e) $\delta_{\max}=2$ , f) $\delta_{\max}=2.5$ , g) $\delta_{\max}=3$ , h) $\delta_{\max}=3.5$ , i) $\delta_{\max}=4$ , j) $\delta_{\max}=5$ , k) $\delta_{\max}=6$ , l) $\delta_{\max}=6.5$ .....	68
Slika 46: Uticaj promjene gornje granice faktora skaliranja za vrijednosti vremenskog pomjeraja $\tau=0.5$ i početnog faktora skaliranja $\delta_0=1$ : a) $\delta_{\max}=1.5$ , b) $\delta_{\max}=2$ , c) $\delta_{\max}=2.5$ , d) $\delta_{\max}=3$ , e) $\delta_{\max}=3.5$ , f) $\delta_{\max}=4$ , g) $\delta_{\max}=5$ , h) $\delta_{\max}=6$ , i) $\delta_{\max}=6.5$ .....	69
Slika 47: Uticaj promjene gornje granice faktora skaliranja za vrijednosti vremenskog pomjeraja $\tau=1$ i početnog faktora skaliranja $\delta_0=1$ : a) $\delta_{\max}=1.5$ , b) $\delta_{\max}=2$ , c) $\delta_{\max}=2.5$ , d) $\delta_{\max}=3$ , e) $\delta_{\max}=3.5$ , f) $\delta_{\max}=4$ , g) $\delta_{\max}=4.5$ .....	70
Slika 48: a) Predstava QRS kompleksa u Hermitskom transformacionom domenu; Uticaj promjene gornje granice faktora skaliranja za vrijednosti vremenskog pomjeraja $\tau=0.5$ i početnog faktora skaliranja $\delta_0=1$ : b) $\delta_{\max}=1.5$ , c) $\delta_{\max}=2$ , d) $\delta_{\max}=2.5$ , e) $\delta_{\max}=3$ , f) $\delta_{\max}=4$ , g) $\delta_{\max}=5$ .....	71
Slika 49: Uticaj promjene donje granice faktora skaliranja za vrijednosti vremenskog pomjeraja $\tau=0.5$ i početnog faktora skaliranja $\delta_{\max}=5$ : a) $\delta_0=1$ , b) $\delta_0=4$ .....	72
Slika 50: a) Predstava QRS kompleksa u Hermitskom transformacionom domenu; Uticaj promjene gornje granice faktora skaliranja za vrijednosti vremenskog pomjeraja $\tau=1$ i početnog faktora skaliranja $\delta_0=1$ : b) $\delta_{\max}=1.5$ , c) $\delta_{\max}=2$ , d) $\delta_{\max}=2.5$ , e) $\delta_{\max}=3$ , f) $\delta_{\max}=4$ , g) $\delta_{\max}=5$ .....	72
Slika 51: Primjeri Hermitske transformacije i Hermitskih koeficijenata QRS kompleksa sa vrijednostima parametara pri kojima je postignuta optimalna reprezentacija signala. ....	73
Slika 52: Panel za klasifikaciju QRS kompleksa EKG signala. ....	74
Slika 53: Vremenski oblik EKG signala za klasifikaciju i njihova predstava pomoću Hermitskih koeficijenata: lijevo – signali zdravih osoba, desno – signali osoba sa srčanom anomalijom. ....	75
Slika 54: Rezultati klasifikacije pojedinačnih parova signala. ....	76
Slika 55: Rezultat klasifikacije svih raspoloživih QRS kompleksa .....	77

## 1. ELEKTRIČNA AKTIVNOST SRCA

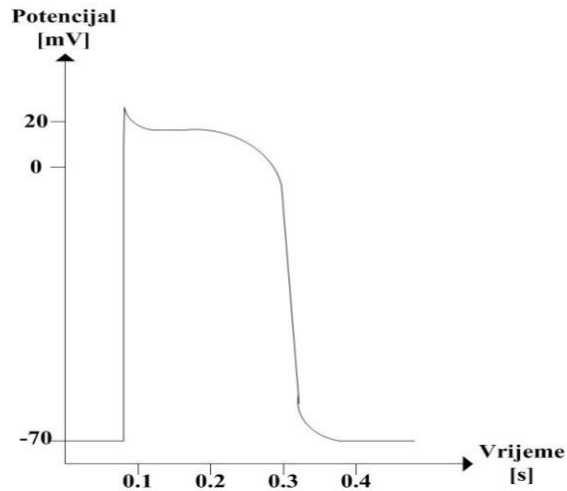
Zdravstveno stanje srca i monitoring srčanih bolesnika predstavlja jednu od najaktuelnijih tema, kako u medicini tako i među inženjerima koji se bave obradom biomedicinskih signala i razvojem aplikacija za te svrhe [1]-[11]. Slika stanja srca snimljena posebnim uređajem za dijagnostiku naziva se elektrokardiogram [1]-[3]. Drugim riječima, elektrokardiogram predstavlja zapis električne aktivnosti srca u vremenu. Pojam elektrokardiograma uveo je naučnik Einthoven 1901. godine kada je kreirao i prvi precizniji uređaj za registrovanje istog. Ovaj jednostavan, ali veoma tačan uređaj sastojao se od galvanometra, pa je kasnije imenovan „Eithoven-ov galvanometar“ i predstavlja osnovu za sve elektrokardiogramе novije generacije. Nekoliko godina ranije, koristeći se matematičkim formulama Einthoven je usvojio teorijski oblik elektrokardiograma i svako odstupanje od zapisa registrovanih primitivnijim uređajima označio je slovima P, Q, R, S i T. Kada je napravio precizan elektrokardiograf kojim je registrovao talasne oblike slične svojim teorijskim talasima, nastavio je da ih obilježava istim oznakama koje koristimo i danas. Otprilike dvije decenije kasnije, njegovo otkriće nagrađeno je Nobel-ovom nagradom.

### 1.1. PROCES NASTANKA OTKUCAJA SRCA

Sa stanovišta elektrotehnike, srce predstavlja vrlo složen sistem. Prirodni „pacemaker“ (mišić miokard) koji je sastavni dio srca i nalazi se u sinoatrijalnom čvoru, izaziva akcioni potencijal koji se širi po cijelom srcu određenom putanjom i na taj način stvara koordinisane kontrakcije srčanih mišića. Upravo ova putanja, ili strujno kolo, predstavlja električni signal srca i sastoji se od P, Q, R, S i T talasa. Dakle, akcioni potencijal je pokretač svakog otkucaja srca. Jedan protok električnog impulsa po strujnoj putanji srca stvara jedan otkucaj srca. Svaki otkucaj srca karakteriše ponašanje električnog impulsa kroz tri različita dijela putanje. Na osnovu toga se EKG signal dijeli na: P talas, QRS kompleks (sačinjavaju ga Q, R i S talasi) i T talas [1]. Vrlo rijetko, kod određene kategorije ljudi, može se pojaviti i U talas. Budući da se srce dijeli na predkomore i komore, P talas povezuje se sa širenjem impulsa kroz predkomore, dok QRS kompleks označava kontrakciju, a T talas opuštanje komora. Sve promjene potencijala, odnosno fizički procesi kontrakcije i opuštanja djelova srca, koje čine signal elektrokardiograma potiču od određenih ćelijskih procesa.

Kao što je poznato, nervi i mišići su električno aktivna tkiva. U tu vrstu tkiva spada i ćelija miokarda koja u stanju mirovanja ima međumembranski potencijal  $V_m$  koji se obično kreće u granicama između  $-80$  mV i  $-90$  mV. Ovaj potencijal zavisi od tečnosti koja je okružuje. Membrana (zid) ćelije je propusna za određene jone (natrijum, hlorid, kalijum i kalcijum), a mjesta koja propuštaju jone nazivaju se kanalima. Kanali mogu da propuštaju jone ili da se zatvore te da onemoguće prolazak neke vrste jona. Propusnost kanala zavisi od aktiviranja receptora ili od naponskih promjena koje se dešavaju kao rezultat prolaska jona. Promjene u sastavu jona unutar ćelije miokarda izazivaju i promjene u njenom akcionom potencijalu. Depolarizacija i ponovna polarizacija ćelija predstavljaju jedan ciklus, odnosno, jedan otkucaj srca. U toku ovog ciklusa, sastav unutrašnjosti ćelije mijenja se kroz pet faza. Početak ciklusa započet je ranije pomenutim prirodnim pacemaker-om koji karakteriše sposobnost da se spontano depolarizuje. Pretpostavimo da potencijal ćelije opadne (depolarizuje se) na neku vrijednost praga koja iznosi približno  $-70$  mV. Pri ovoj vrijednosti potencijala kanali postaju propusni za jone natrijuma koji izazivaju brzu depolarizaciju ćelije odnosno nagli porast akcionog potencijala. Sa sljedećom fazom počinje proces repolarizacije i to prolaskom kalijuma kroz kanale u unutrašnjost ćelije. U narednom vremenskom intervalu električna struja jona kalcijuma koji su prešli u unutrašnjost ćelije i jona kalijuma koji su je napustili se izjednačava unoseći tako kašnjenje u procesu repolarizacije, dok se vrijednost akcionog potencijala održava konstantnom. Pretposljednja faza je repolarizacija, koja je posljedica skupa malo složenijih procesa. Naime, unutrašnjost ćelije postaje bogatija kalijumom, pa struja izazvana ovim procesom teži repolarizaciji ćelije. Istovremeno, kao posljedica vremena, smanjuje se električna struja izazvana kalcijumom što takođe doprinosi procesu repolarizacije. Nakon ovih faza nastaje mirovanje kad je međumembranski potencijal ćelije negativan. Opisana promjena potencijala u vremenu ilustrovana je na Slici 1. Potpuna repolarizacija ćelija izaziva novu kontrakciju srčanih mišića. Ćelije koje igraju ulogu pacemaker-a prostiru se kroz više djelova srca: u sino-atrijalnom čvoru, atrio-ventrikularnom čvoru i u sastavu provodnog tkiva u predkomorama i komorama. Iako je osobina ćelija miokarda da provode električnu struju direktno, pa samim tim i da prenose svoj potencijal na isti način, automatizovanost srca je gradirana. Pomenuta gradiranost nastaje kao posljedica toga što se ćelije "pacemaker-a" prostiru kroz različite djelove srca a čitav električni proces koji se odvija u srcu nastaje u sino-atrijalnom čvoru pa se dalje širi prema ostalim djelovima srca. Svakako, ćelije miokarda su tijesno povezane i razdvajaju se samo zidovima male otpornosti, pa električna struja protiče velikom brzinom od ćelije do ćelije. Osim ovoga, provodna tkiva srca, koja mnogo brže prenose potencijal nego što to rade same ćelije

miokarda, zajedno sa miokardom doprinose malom vremenskom intervalu (reda stotinu milisekundi) širenja struje između dvije krajnje tačke srca. Ovo čini srce sinhronizovanim sistemom sa koordinisanim kontrakcijama. Između predkomora i komora, akcioni potencijal se prenosi putem čvorova. Čvorovi obezbjeđuju kašnjenje potrebno da predkomore završe kontrakciju, pa tek onda da nastupi kontrakcija komora.

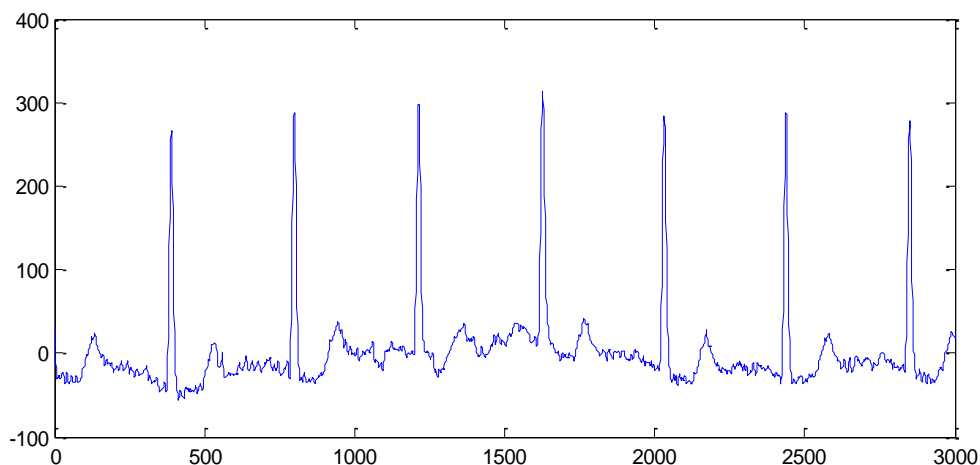


**Slika 1:** Zavisnost međumembranskog potencijala ćelije miokarda od procesa u njoj unutrašnjosti.

Čitav ovaj proces manifestuje se u vidu P, Q, R, S i T talasa, odnosno EKG signala.

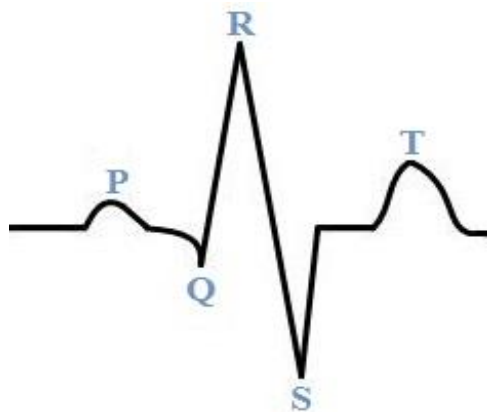
## 1.2. ELEKTROKARDIOGRAM I ELEKTROKARDIOGRAF

Zapis prethodno opisanog procesa električne aktivnosti srca u vremenu predstavlja elektrokardiogram. Na Slici 2. prikazan je realni EKG signal sa vremenski promjenljivim talasima.



**Slika 2:** EKG signal.

Jedna sekvenca P, Q, R, S i T talasa, odnosno signal jednog otkucaja srca, prikazana je na Slici 3.

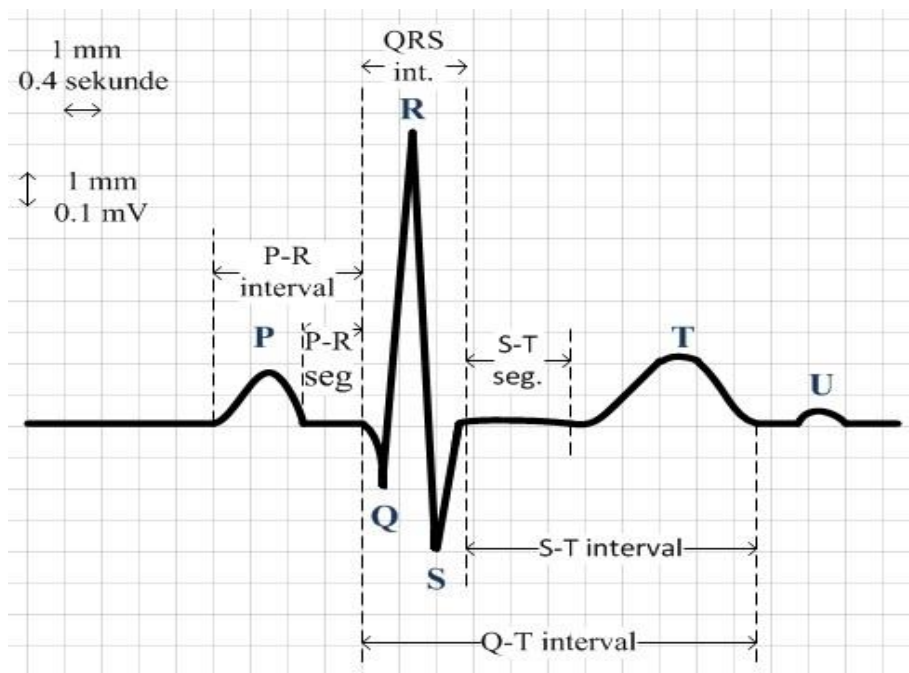


Slika 3: P, Q, R, S i T talasi.

Električni procesi koji se dešavaju u unutrašnjosti srca šire se i prema njegovoj okolini koja je provodna, pa se stoga mogu registrovati na površini kože. Za registrovanje elektrokardiograma koristi se uređaj koji se naziva Elektrokardiograf. Elektrokardiograf se povezuje sa tijelom pacijenta pomoću elektroda koje se smiještaju na tačno određenim lokacijama na koži. Vrijednosti izmjenenog napona na koži su mnogo manje u odnosu na stvarnu vrijednost potencijala u srcu, i reda su veličine od 100 mikrovolti do 1 milivolta. Zato je pojačavač sastavni dio svakog hardvera za svrhu registrovanja EKG signala. Pomoću pojačavača signal je pojačan i kao takav proslijeđen na dalju obradu. Bitna karakteristika koju posjeduje svaki precizan uređaj za registrovanje EKG signala je prilagodljivost promjenama signala koje mogu biti brze i nagle. Ovom osobinom obezbijedeno je dobijanje vjerodostojnog zapisa svakog dijela signala u svakom trenutku.

Električne promjene u srcu izmjerene pomoću elektrokardiografa, zapisuju se na pokretnom papiru pomoću pera namijenjenog specijalno za tu primjenu. Brzina pomjeranja papira iznosi 25 mm/sec [1]. Jako elektromagnetno polje izazvano elektrodama koje su povezane sa perom putem pojačavača, pokreće pero tako da ono prati svaku promjenu signala u vremenu. Zapis se obavlja ili mastilom iz posebne posude ili samom jačinom struje koja protiče između vrha pera sa jedne strane papira i elektrode sa druge strane i mijenja boju papira usljed zagrijavanja. Na koji od ova dva načina se obavlja zapis signala zavisi od vrste elektrokardiografa.

Teorijski primjer normalnog EKG signala (elektrokardiograma) registrovanog na specijalnom papiru kreiranom za tu namjenu, prikazan je na Slici 4.



**Slika 4:** Teorijski primjer normalnog EKG signala.

Slika prikazuje karakteristike kao što su amplitude talasa i njihov međusobni odnos, a koje spadaju u granice definisanosti. P, Q, R, S i T talasi su takođe označeni. Na dijagramu se može primjetiti i U talas, koji je vrlo rijetko prisutan i to samo kod određene kategorije ljudi. Svi talasi, osim Q i S talasa, su pozitivni. Ovo pravilo je usvojeno konvencijom, mada zavisi i od načina spajanja elektrokardiografa sa tijelom. P talas predstavlja kontrakciju predkomora. QRS kompleks je rezultat trajanja depolarizacije komora, i zajedno sa T talasom koji predstavlja repolarizaciju istih, označava period potpune refrakcije. Interval između dva uzastopna otkucaja srca predstavlja bitnu karakteristiku EKG signala (Slika 5.). To je vremenski razmak između dva R talasa i ključna je informacija za određivanje frekvencije otkucaja srca, pa samim tim i raznih bolesti (tahikardija, bradikardija, aritmija, i slično). Može služiti i da se otkrije da je došlo do preskoka otkucaja srca.



**Slika 5:** RR interval.

Budući da se srce dijeli na dvije komore i dvije predkomore, i kontrakciju mišića možemo podijeliti na osnovu istog kriterijuma. Repolarizacija komora počinje za vrijeme trajanja

njihove depolarizacije i to 0.20 sekundi nakon pojave QRS kompleksa. Traje oko 0.15 sekundi. Upravo zbog ovako dugog trajanja repolarizacije dolazi do pojave izduženih T talasa, koji kod detekcije karakteristika mogu da izazovu smetnje. Kod normalnog EKG signala, kao što se vidi sa Slike 4., T talas ima manju amplitudu od QRS kompleksa.

Ispitivanje srca pomoću elektrokardiograma ne koristi se samo za otkrivanje i nadzor bolesti, već i za praćenje raznih uticaja, u većini slučajeva lijekova, na srce i krvne sudove. Amplituda talasa koja se ne kreće unutar normalnih granica, često može biti i indikator abnormalnosti u veličini ili poziciji srca.

Na Slici 4. je prikazan i izgled papira koji služi za zapis i lakše čitanje karakteristika EKG signala. U tom cilju papir sadrži linije kalibracije. Širina svake kockice predstavlja vrijeme od 0.04 s, dok je njena visina amplituda u iznosu od 0.1 mV. Na papiru postoje i pozitivne i negativne vrijednosti amplitude, upravo zbog negativnih amplituda talasa. Ovaj specijalni papir kreiran je tako da je tumačenje amplituda i svih vremenskih intervala u elektrokardiogramu pojednostavljeno.

### **1.2.1. REGISTROVANJE ELEKTROKARDIOGRAMA**

Električni procesi koji se dešavaju u unutrašnjosti srca šire se i prema njegovoj okolini, pa se stoga mogu registrovati na površini kože [2], korišćenjem elektrokardiografa. Kontakti između elektrokardiografa i kože ostvaruju se pomoću ljepljivih elektroda ili elektroda u obliku štipaljki. Amplitude registrovanih talasa EKG signala zavise prvenstveno od načina postavljanja elektroda kao i od njihove udaljenosti od srca. Tako, na primjer, amplitude registrovane za slučaj elektrode postavljene iznad samog srčanog mišića mogu biti i do stotinu puta veće od amplituda registrovanih na nekom udaljenijem mjestu na tijelu. Najveća amplituda postiže se u slučaju kad je jedna elektroda postavljena neposredno u blizini srca.

Postoji nekoliko pravila povezivanja elektroda:

#### **1. Putem tri bipolarna odvoda sa ekstremiteta:**

Dvije elektrode elektrokardiograma povezujemo sa ekstremitetima kao na Slici 6a. Ovako povezani ekstremiteti i elektrokardiograf čine električno kolo. Na ovaj način dobijaju se tri zapisa elektrokardiograma koji zavise od odabranog odvoda.

I odvod:

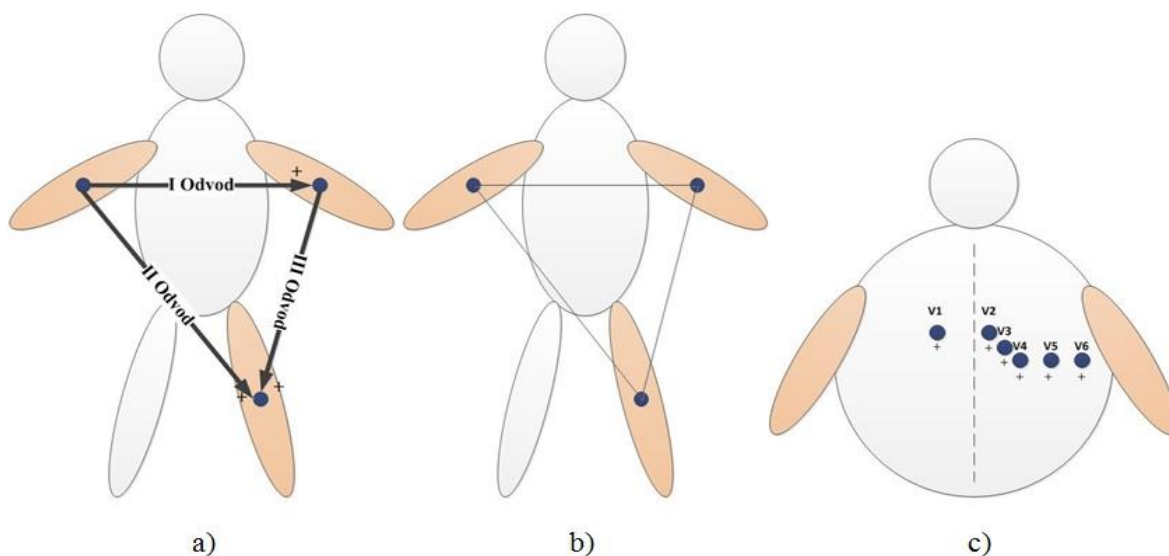
Za slučaj prvog odvoda, negativan pol elektrokardiografa se povezuje sa desnom rukom dok se pozitivan pol povezuje sa lijevom rukom. Ako je mjesto na grudnom košu koje predstavlja lijeva ruka na većem potencijalu u odnosu na mjesto spoja grudnog koša sa desnom rukom, na elektrokardiografu će se registrovati pozitivan otklon. U tom slučaju je zapis elektrokardiograma iznad nulte linije. U suprotnom, zapis je negativan.

II odvod:

Kod drugog odvoda, negativan pol elektrokardiografa se spaja sa desnom rukom, dok se pozitivan pol spaja sa lijevom nogom. Ako je lijeva noga na većem potencijalu od desne ruke, zapis signala će biti pozitivan.

III odvod:

Negativna elektroda elektrokardiografa spaja se sa lijevom rukom, a pozitivna elektroda sa lijevom nogom. Kada je lijeva noga na većem potencijalu, na elektrokardiografu se registruje pozitivan otklon.



**Slika 6:** a) Povezivanje elektrokardiografa sa tijelom za metodu putem tri bipolarna odvoda sa ekstremiteta, b) Einthoven-ov trougao, c) Povezivanje elektrokardiografa sa tijelom za metodu putem odvoda sa grudnog koša.

Usko vezan za svaki od ova tri odvoda je i pojam tzv. Einthoven-ovog trougla. Na Slici 6b. prikazan je Einthoven-ov trougao koji simbolizuje da su obje ruke i lijeva noga električno spojeni sa tečnošću koja okružuje srce. Gornja dva ugla trougla predstavljaju ruke, a donji ugao predstavlja lijevu nogu. Prema Einthoven-ovom zakonu, ukoliko nam je poznata veličina električnih potencijala u bilo koja dva od tri odvoda, matematičkim računanjem



možemo doći do veličine potencijala u trećem nepoznatom odvodu. Dakle, veličina potencijala u nepoznatom odvodu dobija se sabiranjem električnih potencijala ostala dva odvoda, pri čemu treba uzeti u obzir i predznak svakog od ova dva odvoda.

## 2. Putem odvoda sa grudnog koša

Pozitivnu elektrodu postavljamo na jednu od 6 tačno određenih tačaka na grudnom košu iznad srca. Negativna elektroda povezuje se putem otpornika sa obje ruke i lijevom nogom. Na Slici 6c. je prikazano mjerenje EKG signala ovom metodom. Pozitivna elektroda se postavlja na svaku od ovih 6 tačaka, redom. Na ovaj način dobijamo šest različitih zapisa signala koje označavamo sa V1, V2, V3, V4, V5 i V6. Prednost ove metode sastoji se u tome što se svaka od šest tačaka na grudnom košu nalazi vrlo blizu srca, pa je svaka anomalija srčanog mišića ili komora uočljiva na zapisima.

## 3. Putem pojačanih unipolarnih odvoda sa ekstremiteta

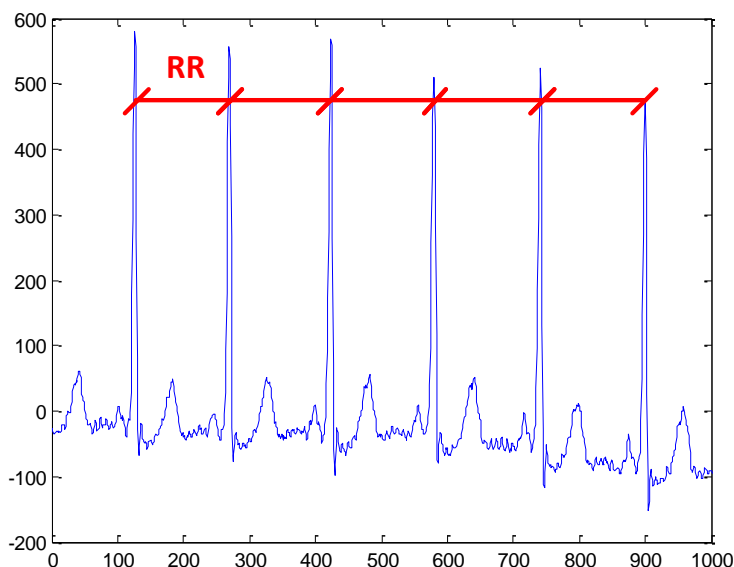
Dva ekstremiteta se spajaju putem otpornika sa negativnom elektrodom, a treći ekstremitet se spaja sa pozitivnom elektrodom takođe putem otpornika. Služeći se ovom metodom, možemo dobiti tri zapisa aVR, aVL i aVF, koji potiču od spajanja pozitivnog pola sa desnom rukom, lijevom rukom i lijevom nogom, redom. Nazivi aVR, aVL i aVF potiču od riječi: a – augmented što u prevodu znači 'pojačan', L – left (lijevo), R – right (desno) i F – foot (noga).

### 1.3. NORMALNI I NEPRAVILNI EKG SIGNALI

Provjera zdravstvenog stanja vrši se analizom raznih dijelova EKG signala i poređenjem njihovog trajanja i amplitude sa usvojenim normama. Različite bolesti odlikuju se specifičnim karakteristikama, pa je za uspostavljanje dijagnoze u nekim slučajevima potrebno manje podataka, a u drugim mnogo više. U zavisnosti od vrste oboljenja, prilikom ispitivanja posmatraju se tačno određeni segmenti EKG signala, dok su drugi isključeni iz analize.

Jedna od najznačajnijih informacija u analizi EKG signala dobija se posmatranjem *R talasa*. Razmak između dva uzastopna R talasa, odnosno RR interval, je ključni podatak za računanje frekvencije rada srca, odnosno broja otkucaja srca u minuti. Na osnovu toga određuje se da li je frekvencija rada srca normalna, ili je u pitanju ubrzan ili usporen srčani ritam. Frekvencija rada srca smatra se normalnom ako je ona iz intervala 60 – 80 otkucaja po minuti.

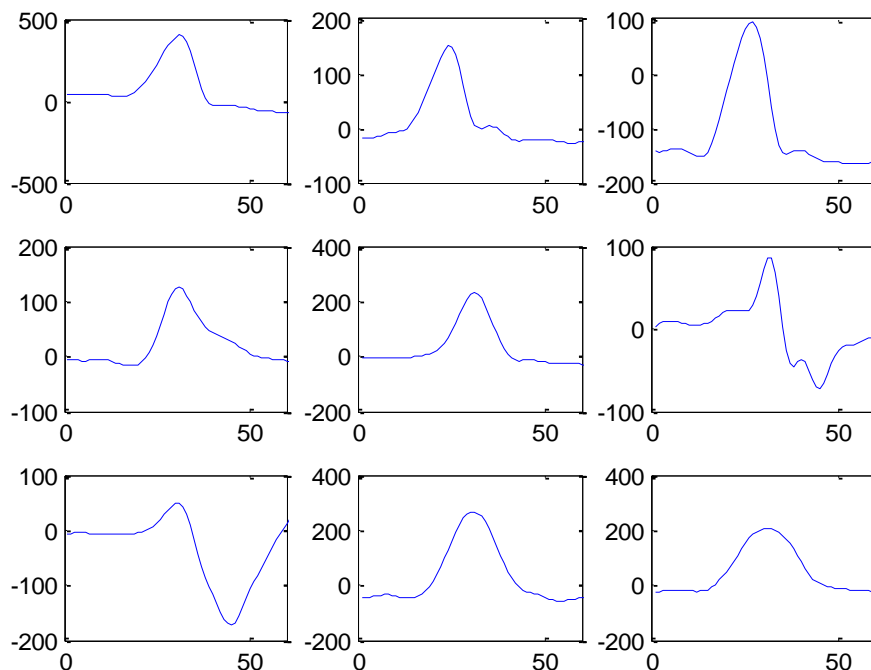
Frekvencije rada srca veće od 80 otkucaja po minuti smatraju se tahikardijom, dok se frekvencije manje od 60 otkucaja po minuti u medicini nazivaju bradikardijom.



Slika 7: EKG signal sa označenim RR intervalima.

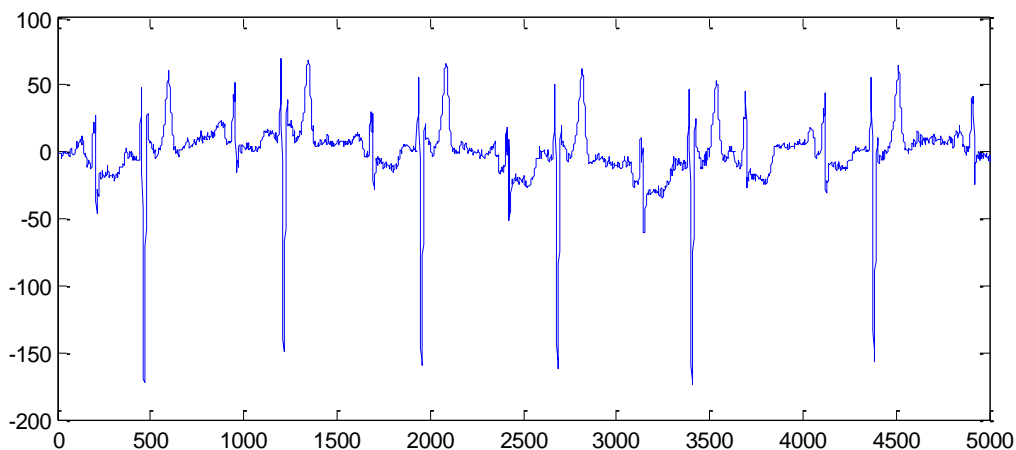
Osim analize RR intervala, dijagnoza mnogih srčanih oboljenja može se ustanoviti posmatranjem *QRS kompleksa*. Značajni su podaci kako o amplitudi svakog od pojedinačnih talasa QRS kompleksa, tako i o njihovom međusobnom odnosu i rastojanju [3]. Na Slici 8. prikazano je nekoliko QRS kompleksa. Izdvojeni su QRS kompleksi različitih karakteristika: nejednakih trajanja, amplituda, nagiba, i slično. Ima i primjera koji sadrže S talase mnogo jačih amplituda od propisanih.

Kao što je ranije istaknuto, QRS kompleks predstavlja depolarizaciju komora. Normalno trajanje QRS kompleksa je od 60 do 100 ms. Prvi talas QRS kompleksa je Q talas i predstavlja prvo negativno odstupanje od izoelektrične linije. Zatim slijedi R talas, pa S talas, odnosno, drugo negativno odstupanje. Kako su Q i S talasi negativni, ovo predstavlja prvi podatak za njihovu detekciju i klasifikaciju bolesti.



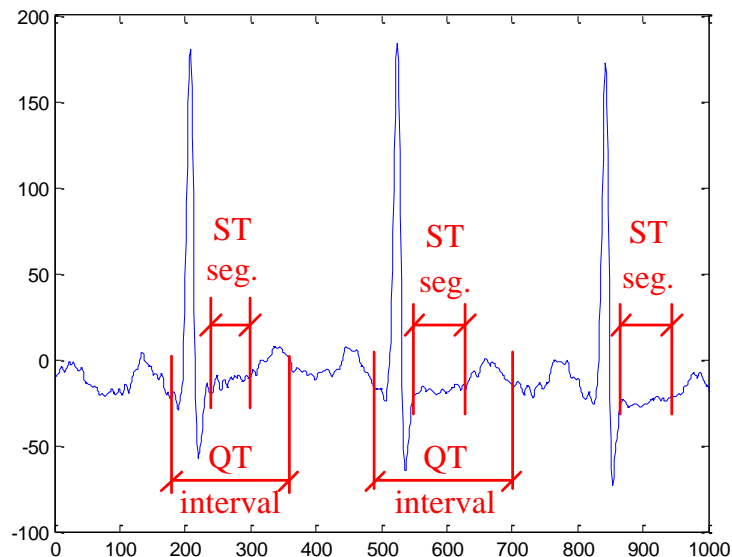
Slika 8: QRS kompleksi.

Osim najznačajnijih dijelova EKG signala, značajna je i informacija koju nosi *T talas* [2], [3]. T talas se razmatra naročito u slučajevima kad je njegova amplituda jača od amplitude R talasa. Po pravilu, kod zdravih osoba, T talas uvijek mora imati amplitudu manju od R talasa. Ovo je izuzetno bitno kod detektora QRS kompleksa, jer većina njih radi na principu lociranja R talasa kao mnogo jačih od ostalih talasa u signalu postavljanjem vrijednosti praga, pa se primjenjuju dodatne metode za ispitivanje da li detektovani maksimumi u signalu pripadaju QRS kompleksu ili među njima ima i T talasa. Izduženi T talasi javljaju se kao posljedica produženog trajanja procesa repolarizacije. Na Slici 9. prikazan je primjer signala sa produženim trajanjem procesa repolarizacije. Lako je uočiti da su amplitude T talasa jače od amplitude R talasa. Ovo je ujedno i dobar primjer S talasa izuzetno velikih amplituda.



Slika 9: Primjer produženog trajanja procesa repolarizacije.

*ST segment* predstavlja interval između kraja S talasa i početka T talasa. Značajan je za određivanje aritmije, upala srčanog mišića, infarkta i uticaja lijekova. Na Slici 10., izdvojeni su ST segmenti EKG signala.



**Slika 10:** EKG sa označenim ST segmentima i QT intervalima.

*QT interval* se takođe povezuje sa aritmijom. Predstavlja razmak između Q i T talasa i potpada pod proces depolarizacije i repolarizacije. Na Slici 10., označen je i ovaj parametar EKG signala.

Osim provjere zdravstvenog stanja srca, odnosno srčanog mišića, i detekcije anomalija, analizom EKG signala možemo pratiti i uticaj različitih lijekova kao i uticaj stresa na organizam.

## 2. OBRADA EKG SIGNALA

Prilikom analize EKG signala, neophodno je izvršiti predobradu kako bi se dobio signal vjerodostojniji pravoj slici električne aktivnosti srca, očišćen od interferencije eventualnog šuma. Time i sama ekstrakcija informacija od interesa postaje jednostavnija. U većini slučajeva, EKG signal se snima u uslovima neadekvatnim da bi se dobio “čist” signal. Talasni oblici signala, u tom slučaju, mogu biti do te mjere pogođeni smetnjama da nisu prepoznatljivi. Samo odgovarajuća obrada može iz takvog signala izvući korisni dio informacije. Bilo da je u pitanju EKG signal izmjerjen u stanju mirovanja, kućni monitoring

pacijenata kardiologije, detektor stresa ili signal izmjeren u bolnici, neophodno je signal obraditi u zavisnosti od cilja koji želimo da postignemo: mjerenje broja otkucaja srca, amplitude i trajanja talasa, kompresija podataka za njihov efikasan prenos na daljinu i uštedu memorije potrebne za njihovo skladištenje, i slično.

Blok dijagram koraka potrebnih za obradu EKG signala od registrovanja do skladištenja prikazan je na Slici 11.



**Slika 11:** Blok dijagram koraka za obradu EKG signala.

Registrovanje EKG signala predstavljeno je u prethodnom poglavlju.

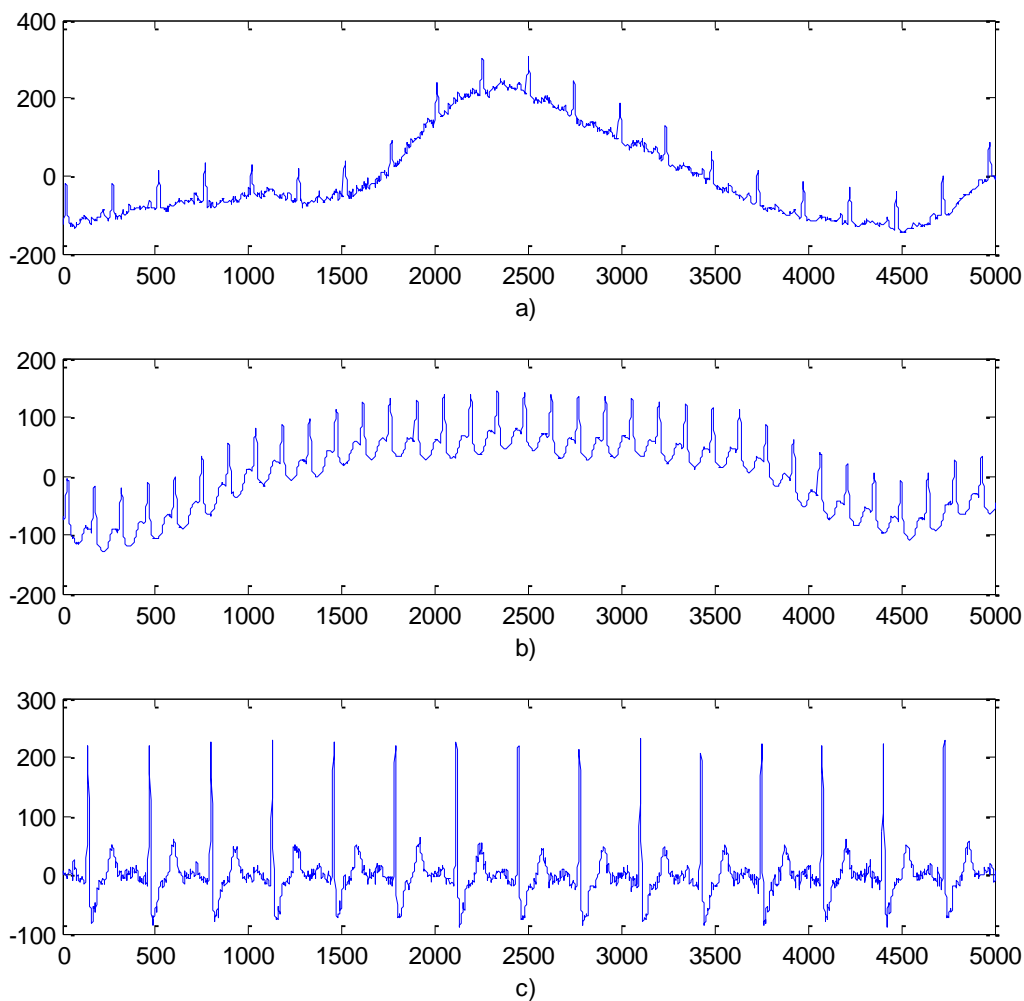
Kad je u pitanju obrada EKG signala, razvijeno je mnoštvo metoda i algoritama koji se sprovode kroz određene korake. Jedan od najznačajnijih koraka u obradi signala predstavlja filtriranje, odnosno uklanjanje šumova iz signala. Način filtriranja zavisi od prirode šuma. Najčešće vrste šumova kod EKG signala su [5]:

- interferencija strujnih vodova
- šum koji potiče od kontakata elektroda
- šum izazvan pomjerajima pacijenta
- velika odstupanja od osnovice
- šum uzrokovan nesavršenošću opreme za mjerenje EKG signala
- interferencija električne aktivnosti mišića kostiju
- šum od hirurške opreme prilikom operacija

i drugi.

Na Slici 12. prikazani su EKG signali kod kojih postoji interferencija šuma: a) šum usljed pomjeranja pacijenta prilikom registrovanja EKG signala, b) signal sa odstupanjem od osnovice, c) signal kod koga se pojavio šum usljed interferencije strujnih vodova i nesavršenosti mjerne opreme.

## Virtuelni instrument za analizu, kompresiju i klasifikaciju EKG signala



**Slika 12:** EKG signali pod uticajem šuma.

Bez obzira na to od čega potiče šum, on se preklapa sa spektrom korisnog dijela signala ili stvara nove spektralne komponente slične onima koje pripadaju realnom EKG signalu. Za određene vrste bolesti gdje se zahtijeva analiza nisko-frekventnih karakteristika, problem filtriranja postaje još složeniji. To je uglavnom iz razloga što, kod ovih slučajeva, nagli pokret pacijenta izaziva još veća odstupanja od osnovice, pa se problem više ne svodi samo na odstanjivanje nisko-frekvencijskih smetnji. Kad bi se pridržavali određenih pravila prilikom registrovanja EKG signala, mogli bi smanjiti uticaj šuma. Tako na primjer, korišćenje preciznih i ispravnih uređaja, kao i novih, neoštećenih elektroda, predstavlja prvi korak u ostvarenju ovog cilja. Čak i ambijent u kom se vrši registrovanje EKG signala igra značajnu ulogu. Elektrokardiograf ne bi smjeo biti okružen sa puno električnih uređaja. Trebao bi biti zaštićen i uzemljen zbog spriječavanja uticaja električnog polja uređaja ili električnih vodova koji ga okružuju. Takođe bi bilo poželjno, da se pacijent što manje pomjera u toku trajanja ispitivanja. Međutim, uprkos pažljivosti u registrovanju EKG signala, skoro pa uvijek, potrebno je dodatno filtrirati signal u cilju lakše obrade i otkrivanja

informacija koje sadrži. Za tu namjenu, postoji veliki broj filtera: niskopropusni, visokopropusni, filter propusnik opsega učestanosti, FIR, IIR, butterworth, i drugi. Odabir i dizajniranje dobrog filtra zavisi od pravilnog odabira dva parametra: cut-off frekvencije i karakteristike faznog odziva filtra. Adekvatan izbor iznosa cut-off frekvencije je taj pri kome informacija EKG signala ostaje maksimalno očuvana, uz maksimalno moguće uklanjanje šuma. A za fazni odziv važi pravilo da ne smije da unese faznu distorziju i na taj način izmijeni bitne karakteristike talasa, kao što je njihovo trajanje. Međutim, postoji i drugi način odstranjivanja šuma iz EKG signala.

Pošto se u današnje vrijeme značajan akcenat polaže na kompresiju podataka, lakši i brži prenos podataka na daljinu kao i mali zahtjev za memorijom za skladištenje, ključno je predstavljanje signala u nekom od transformacionih domena u kojem signal ima kompaktnu predstavu sa malim brojem koeficijenata. U tom cilju korišćeni su razni tipovi transformacija među kojima možemo izdvojiti:

- Diskretna kosinusna transformacija
- Diskretna Fourier-ova transformacija
- Kratkotrajna Fourier-ova transformacija
- Frakciona Fourier-ova transformacija
- Hermitska transformacija
- Wavelet transformacija
- Framelet transformacija
- S transformacija, itd.

## **2.1. ANALIZA EKG SIGNALA**

Analiza EKG signala može se vršiti u [12]-[15]:

- vremenskom domenu,
- frekvencijskom (transformacionom) domenu i
- kombinovanim domenima (npr. vremensko – frekvencijski).

### **2.1.1. ANALIZA EKG SIGNALA U VREMENSKOM DOMENU**

U vremenskom domenu, signal je predstavljen u obliku u kojem je snimljen. Prikaz signala sadrži vremensku i amplitudsku osu, što znači da je unutar grafika predstavljena promjena amplitude signala u vremenu. Iz vremenske predstave signala mogu se zaključiti

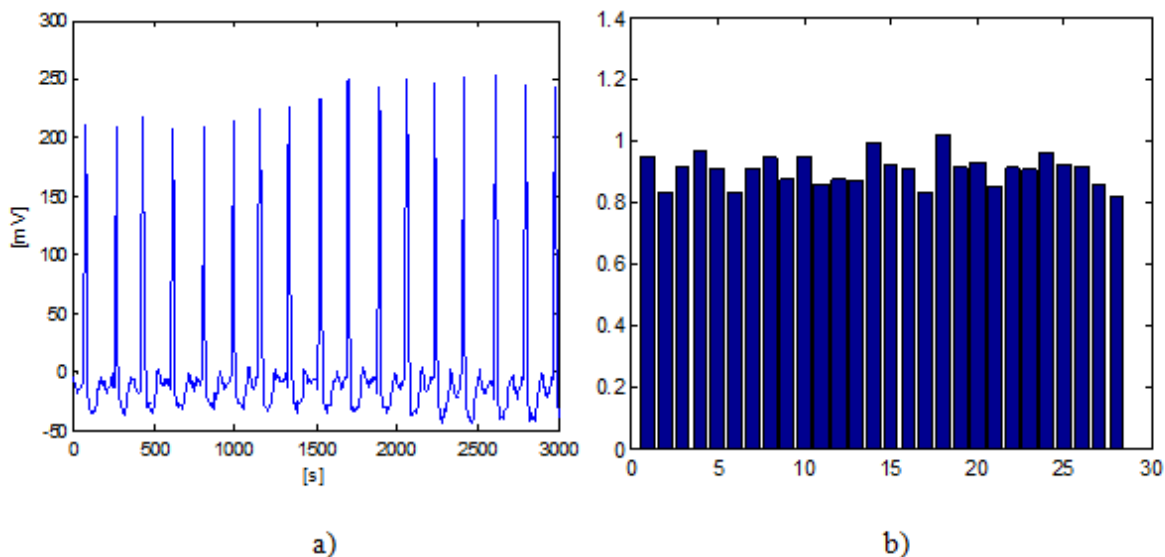
osnovni parametri EKG signala: amplituda, trajanje i međusobni vremenski interval talasa, RR interval i njegova srednja vrijednost, kao i frekvencija rada srca. Vremenska analiza signala, dakle, pruža podatke o amplitudi signala u svakom vremenskom trenutku tokom koga je signal sniman. Međutim, za kardiologa nije jednostavan zadatak ustanoviti bolesti na ovaj način, pa se za svaku ozbiljniju analizu signala teži korišćenju kompjuterskih algoritama koji uključuju i frekvencijsku predstavu signala, ili kombinaciju vremenskog i frekvencijskog domena.

Vremenski domen signala pruža određene informacije o stanju pacijenta. Primjera radi, za detekciju HRV (Heart Rate Variability – Promjenljivost frekvencije rada srca) ključni podatak je RR interval koji se računa pomoću jednačine (2.1).

$$RR\_interval = \frac{\sum_{n=1}^B (R_n - R_{n-1})}{f_s n}, n = 1, 2, \dots, B \quad (2.1)$$

$R_n$  je oznaka za poziciju R talasa u vremenu, a  $B$  je ukupan broj detektovanih QRS kompleksa.  $f_s$  je frekvencija odabiranja signala.

Na osnovu RR intervala posmatranog EKG signala može se formirati takozvani histogram RR intervala koji služi za analizu signala i nekih njegovih parametara [6]. Primjer histograma dat je na Slici 13b. Prikazani histogram pripada signalu sa Slike 13a.



Slika 13: a) EKG signal; b) Histogram RR intervala.

Na osnovu predstavljenog histograma, vrlo jednostavno se mogu odrediti parametri kao što su srednja vrijednost RR intervala, standardna devijacija, raspodjela, nagib RR intervala, i slično.



Analiza EKG signala koja se bazira na histogramu može da se primijeni i na detekciju karakterističnih talasa EKG signala. Princip se sastoji u definisanju pragova detekcije za određene talase [7].

U vremenskom domenu se mogu odrediti i karakteristike signala kao što su širina i amplituda QRS kompleksa, vrijeme porasta i pada QRS kompleksa (nagib), kao i frekvencija rada srca.

Trajanje QRS kompleksa je takođe jedan od značajnih parametara za analizu i klasifikaciju EKG signala. Računa se kao vremenski interval između Q i S tačaka:

$$trajanje_{QRS} = \frac{\sum_{n=1}^B (S_n - Q_n)}{f_s \cdot n}, n = 1, 2, \dots, B, \quad (2.2)$$

$Q_n, R_n, S_n$  su pozicije talasa po vremenskoj osi.

Porast QRS kompleksa je vrijeme potrebno da bi se postigao maksimalan nagib signala, odnosno da signal od Q talasa dostigne R talas:

$$vrijeme_{porasta} = \frac{\sum_{n=1}^B (R_n - Q_n)}{f_s \cdot n}, n = 1, 2, \dots, B. \quad (2.3)$$

Pad QRS kompleksa je vrijeme koje protekne od R talasa do pada na S talas:

$$vrijeme_{pada} = \frac{\sum_{n=1}^B (S_n - R_n)}{f_s \cdot n}, n = 1, 2, \dots, B. \quad (2.4)$$

Amplituda QRS kompleksa predstavlja iznos razlike između R i S tačaka izražen u mV [7]:

$$amplituda_{QRS} = \frac{\sum_{n=1}^B (R_n - S_n)}{n}, n = 1, 2, \dots, B. \quad (2.5)$$

Frekvencija rada srca određuje se na osnovu RR intervala pomoću relacije [11]:

$$f_{SRCA} = \frac{60}{RR\_interval} \quad (2.6)$$

ili na osnovu broja QRS kompleksa detektovanih u toku perioda registrovanja:

$$f_{SRCA} = B \frac{60}{period\_registrovanja}. \quad (2.7)$$

Iskusni stručnjaci mogu iz vremenskog domena zaključiti dosta o opštem stanju srca. Međutim, poteškoće nastaju kada je potrebno uočiti neke detalje u sklopu ovih brzo promjenljivih signala koji su, pored brzih promjena, ujedno veoma podložni uticaju šuma. Primjer su, između ostalog, frekvencijske promjene. Upravo zbog toga je neophodna analiza signala u frekvencijskom domenu.

### 2.1.2. ANALIZA EKG SIGNALA U TRANSFORMACIONOM DOMENU

Budući da su EKG signali izuzetno nestacionarni signali, odnosno, karakterišu ih velike i često nepredvidljive promjene, potrebno ih je analizirati u više različitih domena u cilju dobijanja potrebnih informacija. Pod analizom EKG signala u frekvencijskom domenu podrazumijeva se transformacija signala iz vremenskog oblika u neki od pridruženih transformacionih domena u cilju posmatranja njegovih karakteristika sa stanovišta raspodjele amplitude i energije komponenata u tom domenu [12]-[14]. Na primjer, u vremenskom domenu posmatraju se promjene signala u vremenu, dok se u frekvencijskom domenu ispituje koji i koliki dio signala zauzima određeni frekvencijski opseg.

Za analizu signala koriste se različite matematičke transformacije kojima se obezbjeđuje predstava signala u transformacionom domenu. Najčešće primijenjeni algoritmi za predstavljanje signala u frekvencijskom domenu baziraju se na Fourier-ovoj transformaciji. Budući da je ova transformacija pogodna za analizu stacionarnih signala, te imajući u obzir prirodu EKG signala, spektar EKG signala dobijen primjenom diskretne Fourier-ove transformacije je zapravo aproksimacija stvarnog frekvencijskog spektra signala. Uprkos tome, ova transformacija je korisna za određivanje nekih zakonitosti EKG signala i formiranje naprednijih transformacija prilagođenih nestacionarnoj prirodi signala.

Primjena Fourier-ove transformacije je značajna i zbog mogućnosti uspješnog uklanjanja šuma iz EKG signala. Naime, umjesto klasičnih metoda digitalnog filtriranja, EKG signal je moguće predstaviti pomoću koeficijenata Fourier-ove transformacije, pa se primjenom određenog praga mogu zanemariti komponente koje pripadaju šumu. Signal, oslobođen od šuma, transformiše se ponovo u vremenski domen pomoću inverzne Fourier-ove transformacije.

Ako posmatramo EKG signal konačne dužine  $x(t)$  za koji važi  $\sum_{t=-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 < \infty$ , njegova Fourier-ova transformacija može se opisati jednačinom [11]:

$$X(\omega) = \sum_{t=-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}, \omega \in [-\pi, \pi]. \quad (2.8)$$

Inverzna Fourier-ova transformacija definisana je kao:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega. \quad (2.9)$$

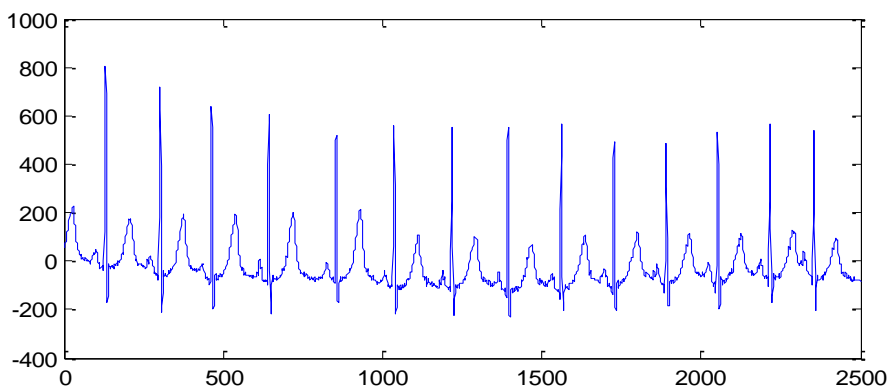
Za digitalne signale koje srećemo u praksi koristi se diskretna Fourier-ova transformacija (DFT) definisana kao:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn/N}, k = 0, \dots, N-1, \quad (2.10)$$

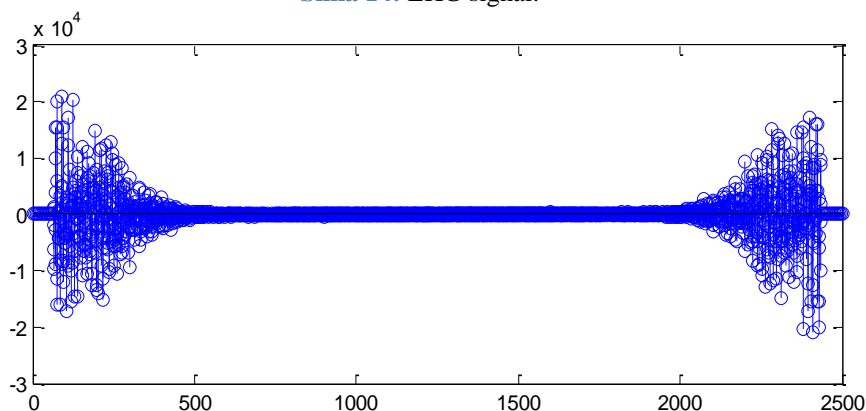
gdje je sa  $N$  označen broj odbiraka signala, dok  $k$  označava frekvencijsku koordinatu u Fourier-ovom transformacionom domenu.

U praktičnim realizacijama često se koriste brzi algoritmi za računanje diskretne Fourier-ove transformacije (Fast Fourier Transform - FFT). DFT zahtijeva  $2N^2$  koraka za transformaciju signala, dok FFT zahtijeva svega  $2N \log_2 N$  [12], [13]. Dakle, FFT je značajno brža i efikasnija realizacija, pa se zbog toga i češće primjenjuje u sklopovima za analizu EKG signala.

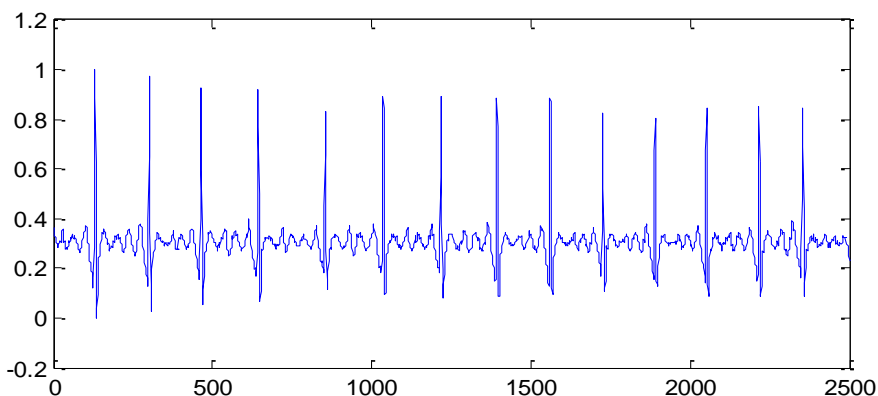
Na Slici 14. prikazan je EKG signal, dok su na Slici 15. prikazani njegovi DFT koeficijenti. Kao što se može primjetiti, broj koeficijenata je veliki. Međutim, veliki dio prikazanih koeficijenata pripada i šumu, pa je stoga moguće među koeficijentima zanemariti one najmanje amplitude, a da pri tome signal ostane vjerodostojan originalnom, ali očišćen od šuma. Signal u vremenskom domenu rekonstruisan iz preostalih koeficijenata primjenom inverzne Fourier-ove transformacije prikazan je na Slici 16.



Slika 14: EKG signal.



Slika 15: Signal predstavljen u Fourier-ovom domenu.

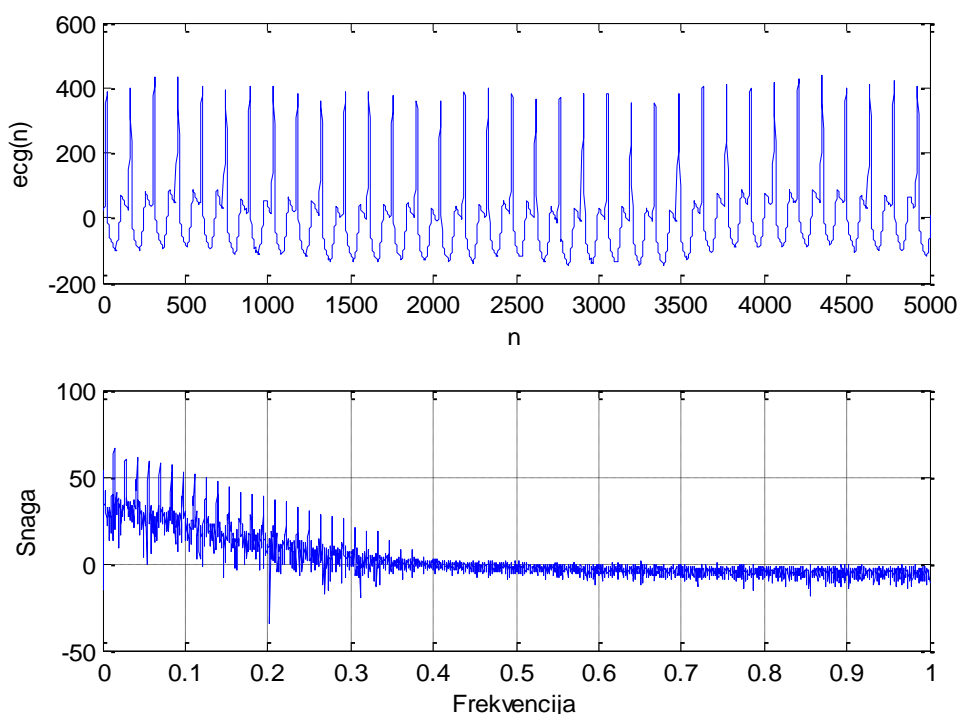


Slika 16: Rekonstruisani EKG signal.

*Periodogram* takođe pruža mogućnost frekvencijske analize EKG signala [14]. Pomoću periodograma, signal se predstavlja u obliku spektra snage iz koga se izvode zaključci o frekvencijskim karakteristikama signala i njihovim promjenama. Periodogram se računa na osnovu relacije:

$$P(k) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j2\pi kn} \right|^2, 0 \leq k \leq N-1. \quad (2.11)$$

Periodogram proizvoljno odabranog signala prikazan je na Slici 17.



Slika 17: Periodogram EKG signala.

Kao i u prethodnom primjeru, frekvencijska reprezentacija signala ne nosi informaciju o vremenskim trenucima pojavljivanja pojedinih frekvencijskih komponenti, pa se umjesto nje koristi združena vremensko – frekvencijska analiza.

### 2.1.3. ANALIZA EKG SIGNALA U VREMENSKO - FREKVENCIJSKOM DOMENU

Signali u biomedicini su brzo promjenljivi pa se to odražava kako na vremenske karakteristike, tako i na frekvencijske. Upravo zbog prirode ovih signala, primjena Fourier-ove transformacije nije uvijek povoljna budući da se kod ove transformacije podrazumijeva da su signali stacionarni. Vremensko – frekvencijski domen [16]-[69] predstavlja značajan i povoljan domen za analizu EKG signala jer istovremeno pruža podatke i o njegovim vremenskim i o frekvencijskim karakteristikama, pa je na taj način uočljiva svaka nestacionarna karakteristika trenutne frekvencije signala. U tom cilju razvijene su razne distribucije: linearne, kvadratne i distribucije višeg stepena [16], [17]. U linearne distribucije spada spektrogram, dok se u kvadratne ubrajaju Wigner-ova distribucija, S metod, distribucije iz Cohen-ove klase i druge [23]. Da li će se primjeniti linearne, kvadratne ili distribucije višeg reda zavisi od fazne funkcije signala.

Najčešće korišćena vremensko – frekvencijska reprezentacija signala je *spektrogram*. Spektrogram je baziran na kratkotrajnoj Fourier-ovoj transformaciji (Short Time Fourier Transform -STFT) [20]-[24], koja je u pogledu obrade EKG signala dala značajno bolje rezultate u odnosu na običnu Fourier-ovu transformaciju. STFT pretvara signal iz vremenskog u vremensko – frekvencijski domen. Prednost STFT u odnosu na DFT proizilazi iz činjenice da, u odnosu na prethodne metode obrade signala, kod STFT nestacionaran signal analizira se kao stacionaran budući da se on posmatra kroz mali vremenski period u kom se signal zaista može smatrati stacionarnim. Upravo ovome služi funkcija prozora koja se primjenjuje pri računanju ove transformacije. STFT signala  $x(t)$  računa se pomoću jednačine (2.12).

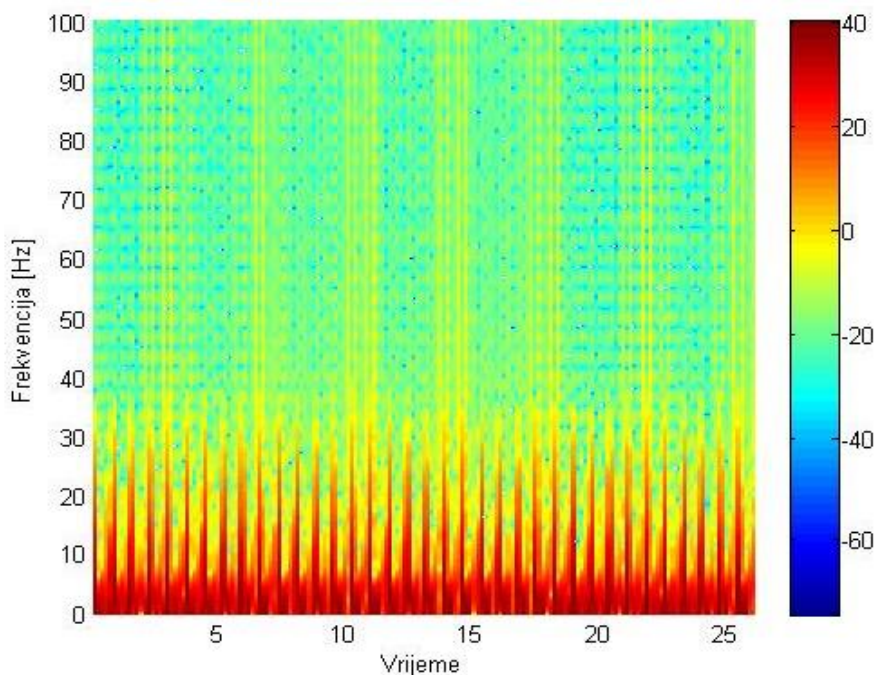
$$STFT(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau)w(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.12)$$

$w(\tau)$  predstavlja funkciju prozora.

Za razliku od periodograma, STFT pruža mogućnost praćenja frekvencijskih karakteristika tokom vremena, odnosno drugim riječima karakteristike signala predstavljene su duž dvije ose, vremenske i frekvencijske. Kako je uveden izraz za STFT, to se spektrogram definiše kao kvadrat modula ove transformacije i predstavlja energetska verziju STFT [18]-[20]:

$$Spektrogram(t, \omega) = |STFT(t, \omega)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau)w(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau \right|^2. \quad (2.13)$$

Spektrogram jednog EKG signala prikazan je na Slici 18. Kao što se vidi sa slike, različiti frekvencijski opsezi označeni su različitim bojama zavisno od amplitude signala. Na spektrogramu se jednostavno mogu uočiti i izdvojiti QRS kompleksi.



**Slika 18:** Spektrogram EKG signala.

Prikaz signala pomoću spektrograma može poslužiti i za detekciju QRS kompleksa [57]. Posmatra se vrijednost frekvencije koja odgovara vrijednosti 0 na skali boja sa Slike 18. Skala boja prikazana na istoj slici predstavlja odnos snage i frekvencije signala ( $dB/Hz$ ). Ovo je referentna vrijednost za detekciju QRS kompleksa i iznosi 65 Hz. U sljedećem koraku potrebno je dobiti vremenski prikaz karakteristika signala na toj frekvenciji, i to pomoću izraza:

$$Spektrogram(\tau) = \log(Spektrogram(65, \tau)). \quad (2.14)$$

Zatim, primjenom praga koji je prilagodljiv i zavisan od maksimalne i srednje vrijednosti signala datog jednačinom (2.14) određujemo maksimalne vrijednosti signala koje odgovaraju R tačkama.

Osim toga, EKG signali zdravih osoba i osoba kod kojih postoji neko srčano oboljenje značajno se razlikuju u energiji, pa ispitivanje signala pomoću spektrograma može pružiti dobru osnovu za njihovu klasifikaciju. U literaturi se nailazi na podatke da se maksimalna vrijednost energije EKG signala zdravih osoba nalazi u frekvencijskom opsegu od 8 Hz, dok je za sve tipove srčanog bloka pomenuti frekvencijski opseg približno dva puta manji [59].

Međutim, i STFT ima određena ograničenja: širina prozora mora biti dovoljno mala da obezbijedi dobru vremensku rezoluciju signala, a dovoljno velika da i frekvencijska rezolucija bude zadovoljavajuća. Problem se sastoji upravo u nemogućnosti postizanja oba uslova istovremeno. Obično je ili spektralna ili vremenska rezolucija slaba, odnosno samo jedan od ova dva uslova može biti zadovoljen. Neke druge transformacije, kao što je Wavelet transformacija, pružaju bolje mogućnosti po pitanju ovih uslova.

Kvadratne vremensko – frekvencijske distribucije pružaju mnoge prednosti u analizi signala u odnosu na spektrogram koji karakteriše slaba vremensko – frekvencijska rezolucija za promjenljive nestacionarne signale kao što su EKG signali. Među kvadratnim distribucijama najpoznatija je Wigner –ova distribucija. Wigner-ova distribucija signala  $x(t)$  računa se pomoću relacije [20]-[24]:

$$WD(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)e^{-j2\pi f\tau} d\tau . \quad (2.15)$$

Wigner-ova distribucija predstavljena je kao distribucija koja pruža dobru vremensko – frekvencijsku rezoluciju, ali ima i svoje mane. Naime, kod multikomponentnih signala dolazi do stvaranja kros članova. Ovi članovi smještaju se između vremensko – frekvencijskih komponenti koje pripadaju signalu, često se i preklapaju sa njima, što može dovesti do poteškoća u analizi signala. Da bi se riješili kros članova, morali bi koristiti razne metode pomoću kojih bi smanjili njihov uticaj. Međutim, često ove metode dovode do smanjenja vremensko – frekvencijske rezolucije signala, pa je prilikom analize signala pomoću Wigner-ove distribucije potrebno voditi računa o tome šta želimo da postignemo: smanjenje uticaja kros članova uz smanjenje rezolucije signala, ili obratno. Ovo je odluka koja zavisi od samog signala koji se analizira, ali i od tipa analize koju sprovodimo i podataka koje želimo da dobijemo.

Povoljan način za oslobađanje od pomenutih kros članova je i primjena tzv. S-metod distribucije. Primjenom S-metode omogućeno je dobijanje distribucije signala bez prisustva neželjenih kros članova (kao što je to bio slučaj kod Spektrograma čija je mana bila niska koncentracija za nestacionarne signale), dok će koncentracija komponenti koje pripadaju signalu ostati vjerna visokoj koncentraciji dobijenoj kod Wigner-ove distribucije.

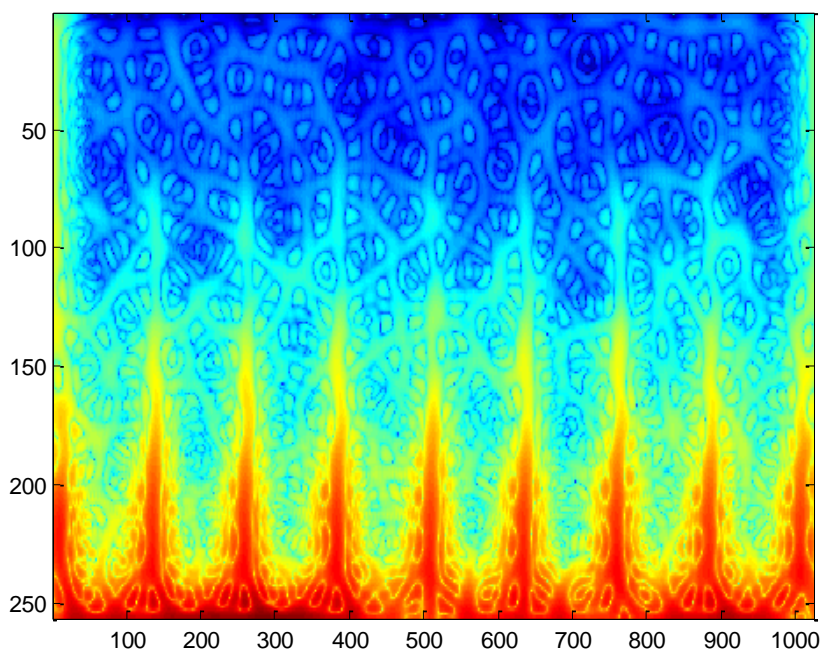
S-metod definiše se pomoću jednačine [23], [24]:

$$SM(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\theta)STFT(t, \omega + \theta)STFT^*(t, \omega - \theta)d\theta \quad (2.16)$$

gdje je  $P(\theta)$  funkcija prozora u frekvencijskom domenu.

Kao što se iz izraza (2.16) može zaključiti, reprezentacija signala dobija se korišćenjem kratkotrajne Fourier-ove transformacije (STFT) signala. Vrijednost parametra  $P(\theta)$  je ključna za dobijanje željene distribucije signala pa se u tom cilju definisalo pravilo prema kome prozor  $P(\theta)$  mora biti dovoljno širok da obuhvati sve korisne komponente signala, a uži od najmanjeg razmaka među korisnim komponentama da bi se izbjegli kros članovi.

Primjena S-metode kod jednog proizvoljno odabranog EKG signala prikazana je na Slici 19.



Slika 19: Primjena S-metode kod EKG signala.

## 2.2. DETEKCIJA QRS KOMPLEKSA

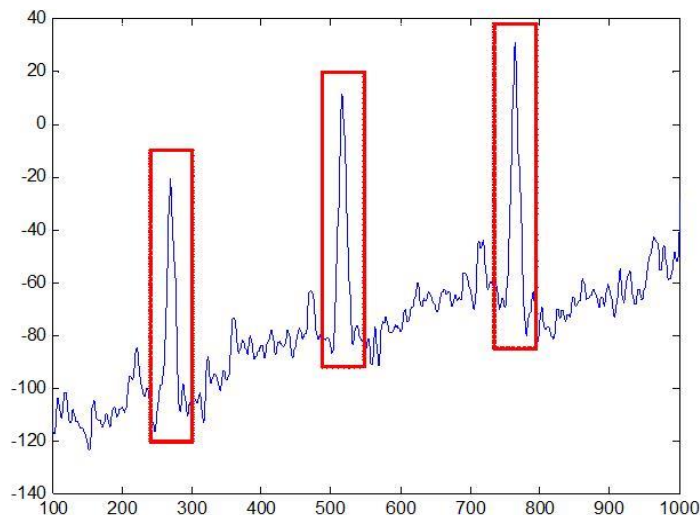
Detekcija QRS kompleksa [10] predstavlja značajan korak u obradi EKG signala. QRS kompleks je najznačajniji dio EKG signala, jer nosi najviše informacije i značajan broj srčanih bolesti se mogu dijagnostifikovati na osnovu analize ovog dijela signala.

Ključni korak u detekciji QRS kompleksa je detekcija R talasa. Osim što su R talasi i njihove pozicije u vremenu od velikog značaja za određivanje frekvencije rada srca i HRV-a, oni predstavljaju smjernicu za detekciju ostalih karakterističnih talasa i segmenata EKG signala. Nakon lociranja R talasa, QRS kompleks možemo odrediti primjenom prozora koji će obuhvatiti određeni broj odbiraka sa lijeve i desne strane R tačke. U medicini postoji usvojeno pravilo o širini pomenutog prozora. Za potrebe ove analize definišaćemo da širina prozora mora biti dovoljno velika da obuhvati i najduži QRS kompleks, ali dovoljno mala da obuhvati samo QRS kompleks i da potisne komponente koje pripadaju šumu ili T talas. Osim toga, potrebno je algoritam posebno dizajnirati tako da se izbjegne slučaj da se T talas



prepoznata kao R talas, jer se vrlo često dešava da svojom amplitudom i trajanjem podsjeća na R talas.

Dakle, jedan od načina detekcije QRS kompleksa je detekcija samih R tačaka, a zatim ekstrakcija onog dijela signala koji obuhvata određeni broj odbiraka oko R tačke, odnosno određena širina prozora. Na Slici 20. prikazan je jedan EKG signal sa detektovanim QRS kompleksima. Širina prozora kod primjera iznosi 60 odbiraka.



**Slika 20:** EKG signal sa označenim QRS kompleksima.

Naravno, ovo nije jedini način detekcije QRS kompleksa. U tu svrhu postoji niz veoma preciznih algoritama [9]. Detektor koji će biti predstavljen bazira se ne samo na klasičnim metodama filtriranja primjenom digitalnih filtara, već i na primjeni Fourier-ove transformacije kao i adaptivnih pragova za detekciju karakterističnih talasa. Razvili su ga Pan i Tompkins, a za sada je najpoznatiji i najprecizniji od svih detektora ove namjene [10]. U radu će biti predstavljena njegova modifikacija prilagođena signalima iz korišćene baze EKG uzoraka.

Odabir odgovarajućeg pristupa vrši se na osnovu tipa signala, primjene i dva parametra koji karakterizuju svaki detektor: osjetljivost i predvidljivost.

Osjetljivost i predvidljivost opisuju se formulama (2.17) i (2.18), respektivno [9]:

$$\text{Osjetljivost} = \frac{\text{Broj ispravno detektovanih talasa}}{\text{Broj ispravno detektovanih talasa} + \text{Broj talasa koji nisu detektovani}} \cdot 100\% , \quad (2.17)$$

$$\text{Predvidljivost} = \frac{\text{Broj ispravno detektovanih talasa}}{\text{Broj ispravno detektovanih talasa} + \text{Broj talasa koji nisu ispravno detektovani}} \cdot 100\% . \quad (2.18)$$

Kod Pan i Tompkins algoritma, kao i kod većine algoritama slične namjene, niz koraka do detekcije talasa može se klasifikovati u dvije faze: faza pripreme signala za detekciju (predobrada) i faza odlučivanja. Upravo je faza predobrade, uključujući i segment smanjenja/uklanjanja šumova iz signala, ono što ovaj algoritam čini značajnim. Na ovaj način obezbijedena je tačna detekcija karakteristika signala bez obzira na tip šuma i stepen izobličenja signala. Dakle, ovim algoritmom postignuto je optimalno poboljšanje odnosa signal – šum:

$$\frac{S}{N} = 10 \log_{10} \left( \frac{(x_f)^2}{(x_o - x_f)^2} \right), \quad (2.19)$$

gdje je  $x_o$  originalni signal, dok je  $x_f$  filtrirani signal.

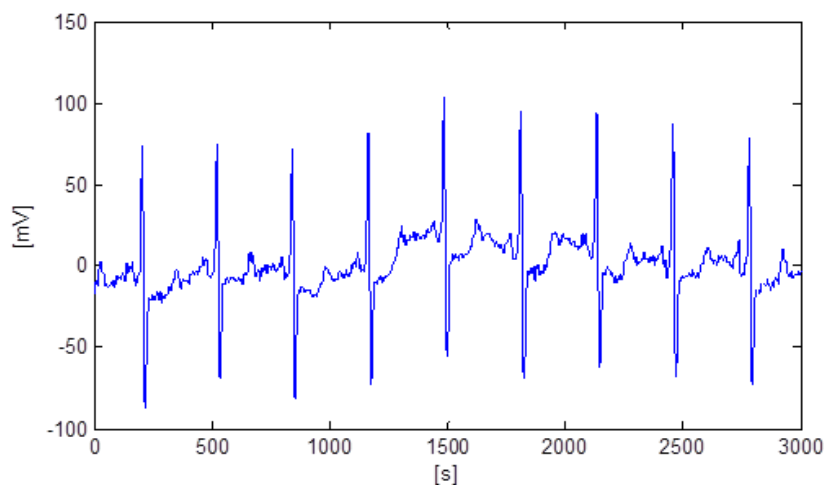
Osim samog smanjenja šuma, pod predobradom i uklanjanjem neželjenih komponenti signala podrazumijeva se i pojačanje komponenti od interesa u odnosu na abnormalne P i T talase koji mogu dovesti do pogrešne detekcije.

Koraci obrade EKG signala pomoću Pan i Tompkins algoritma do detekcije Q, R i S talasa prikazani su blok dijagramom na Slici 21.



Slika 21: Blok dijagram Pan i Tompkins algoritma.

Na Slici 22. prikazan je EKG signal kod kog će biti primijenjena detekcija QRS kompleksa.



Slika 22: EKG signal.

### *Linearno digitalno filtriranje*

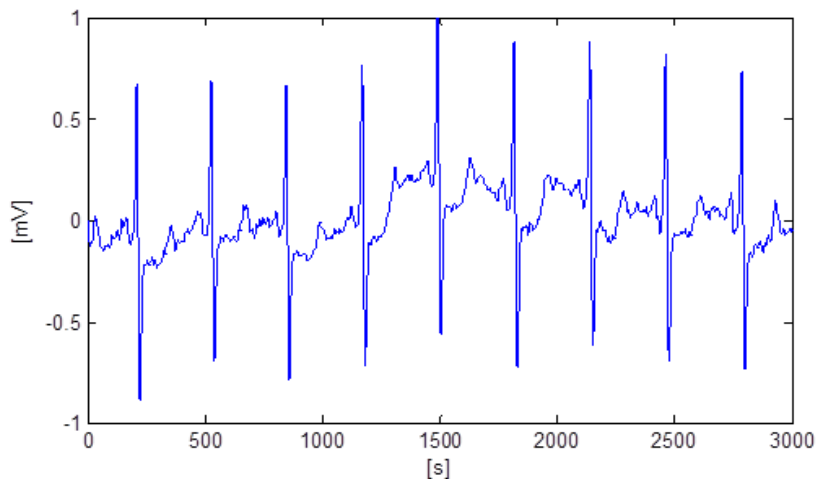
Signal najprije prolazi kroz filtar propusnik opsega učestanosti, koji je dizajniran tako da propušta frekvencijski opseg od 5 – 15 Hz. Šum se smanjuje ili eliminiše, a energija QRS kompleksa je pojačana, pa se ovaj dio izdvaja od ostatka signala. Umjesto direktne primjene filtra propusnika opsega učestanosti, u radu je predloženo kreiranje istog pomoću dva filtra i to propusnika visokih i niskih učestanosti, a sve u cilju postizanja optimalnog propusnog opsega. Ovi filtri su kaskadno povezani i opisuju se funkcijama prenosa (2.20) i (2.21), respektivno [10]:

$$NF(p) = \left( \frac{1 - p^{-6}}{1 - p^{-1}} \right)^2, \quad (2.20)$$

$$VF(p) = \frac{-1 + 32p^{-16} + p^{-32}}{1 + p^{-1}}. \quad (2.21)$$

Polovi ovih filtara odabrani su tako da poništavaju nule na jediničnom krugu oblasti  $p$ .

EKG signal nakon prolaska kroz filtar propusnik niskih učestanosti i filtar propusnik visokih učestanosti prikazan je na Slici 23. i Slici 24., respektivno.



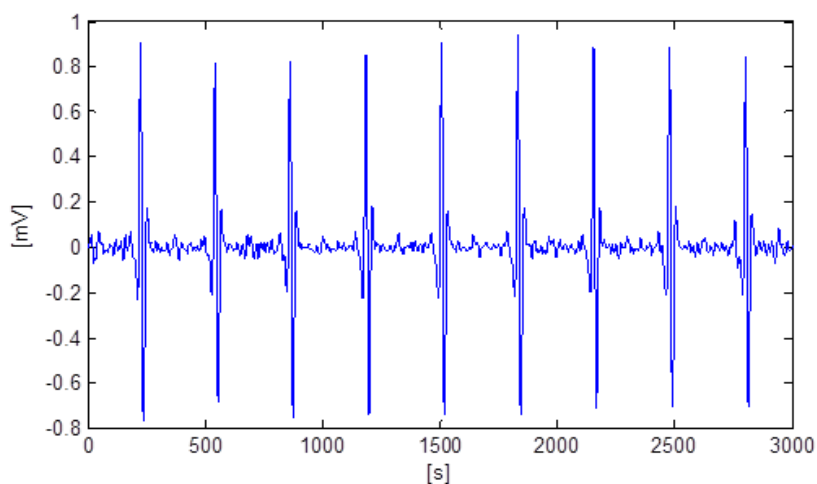
**Slika 23:** Signal nakon prolaska kroz filter propusnik niskih učestanosti.

Ako ulazni EKG signal označimo sa  $x(nT)$ , gdje  $n$  predstavlja broj odbiraka originalnog signala a  $T$  je period odabiranja, onda će se na izlazu filtra propusnika niskih učestanosti dobiti signal:

$$X(nT) = 2x(nT - T) - x(nT - 2T) + x(nT) - 2x(nT - 6T) + x(nT - 12T), \quad (2.22)$$

a na izlazu filtra propusnika visokih učestanosti:

$$X(nT) = 32x(nT - 16T) - [x(nT - T) + x(nT) - x(nT - 32T)]. \quad (2.23)$$

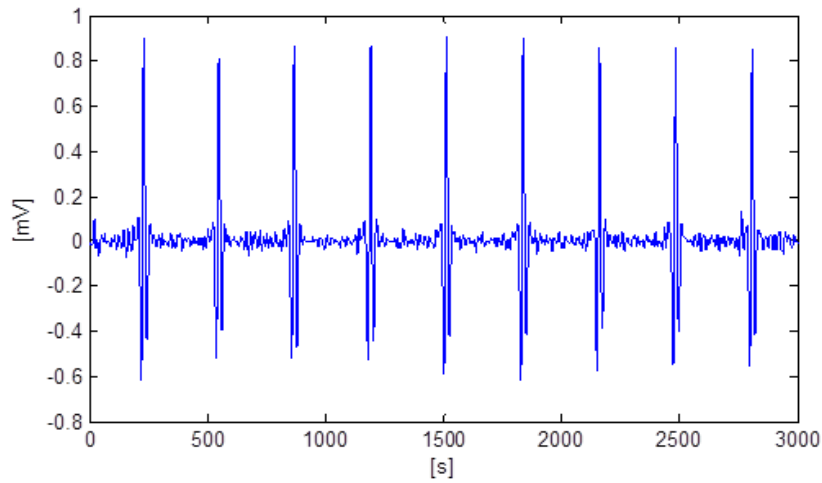


**Slika 24:** Signal nakon prolaska kroz filter propusnik visokih učestanosti.

Pan i Tompkins algoritam, za razliku od algoritama koji rade na principu prepoznavanja oblika, odluku bazira na tri karakteristike QRS kompleksa: amplitudi, širini i nagibu. U cilju isticanja nagiba QRS kompleksa primjenjuje se derivacija, odnosno, diferenciranje signala iz prethodnog koraka:

$$DIF(p) = \frac{1}{8T} (-p^{-2} - 2p^{-1} + 2p^1 + p^2). \quad (2.24)$$

Slika 25. prikazuje signal nakon diferenciranja pomoću relacije (2.24).



**Slika 25:** Signal nakon diferenciranja.

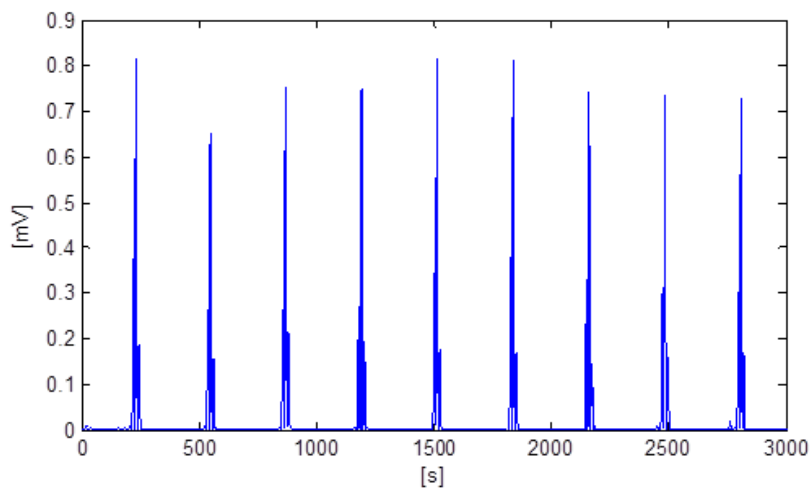
Signal sa Slike 25. može se opisati jednačinom:

$$X(nT) = \frac{1}{8T} [-x(nT - 2T) - 2x(nT - T) + 2x(nT + T) + x(nT + 2T)]. \quad (2.25)$$

### *Nelinearna transformacija*

U narednim koracima, signal prolazi nelinearnu transformaciju. Kvadrirani signal prikazan je na Slici 26.

$$X(nT) = [x(nT)]^2 \quad (2.26)$$



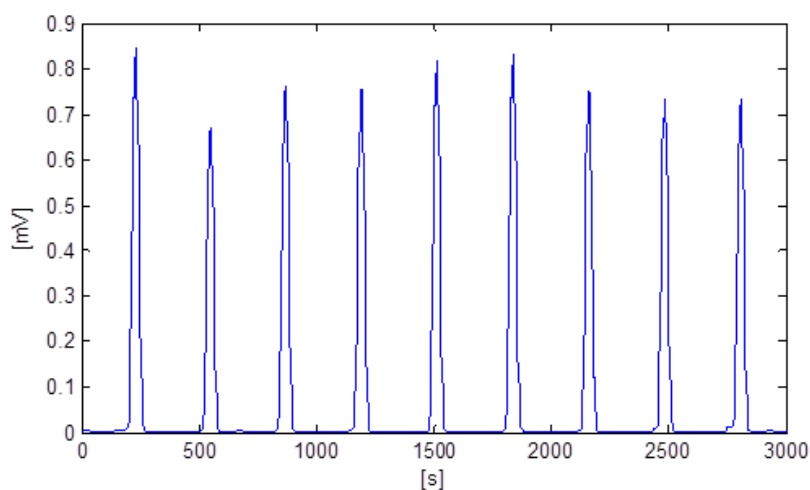
**Slika 26:** Signal nakon kvadriranja.

Sve vrijednosti signala su kvadrirane, pa samim tim pretvorene u pozitivne i pojačane vrijednosti. Ovim se obezbijedilo da se istaknu visokofrekventne komponente koje pripadaju QRS kompleksu u odnosu na T talase koji izgledaju kao QRS kompleks.

Nakon ovog koraka, neophodan je još jedan korak linearnog digitalnog filtriranja i to integracija u okviru pomjerajućeg prozora. Signal iz prethodnog koraka se usrednjava primjenom formule:

$$X_I(nT) = \frac{1}{W} [x(nT - (W-1)T) + \dots + x(nT)], \quad (2.27)$$

gdje je sa  $W$  označen broj odbiraka u širini prozora integracije. Upravo je ovaj korak zaslužan za povećanje osjetljivosti i predvidljivosti cjelokupnog algoritma, jer je adekvatan izbor parametra  $W$  ključan za pravilnu detekciju.  $W$  mora biti dovoljno veliko da obuhvati i najširi QRS kompleks, a dovoljno malo da ne obuhvati više od QRS kompleksa. Određuje se empirijski i za frekvenciju odabiranja od 200 Hz, koja odgovara predstavljanim signalima, iznosi 30 odbiraka ili 150 ms. Signal iz izlaza ovog bloka prikazan je na Slici 27.



**Slika 27:** Signal nakon integracije u okviru pomjerajućeg prozora.

### *Pravila odlučivanja*

Pravila odlučivanja su posljednji korak do detekcije karakteristika EKG signala. Sastoje se u određivanju pragova detekcije. Pomoću pragova odlučuje se da li je detektovani talas zaista talas koji se traži. Pravila odlučivanja (koja su inače korišćenja u praktičnom dijelu rada) baziraju se na modifikaciji Pan i Tompkins algoritma koju su razvili Hamilton i Tompkins [9]. Koriste se promjenljivi pragovi detekcije, tj. pragovi zavisni od trenutnog signala, pa se

prag u svakom trenutku ažurira i prilagođava svim promjenama signala. Time se povećava tačnost detekcije i prilikom velikih izobličenja signala. Koriste se čak dva praga [9], [10]:

$$\max\_sig = \max(X_I(nT)) \quad (2.28)$$

i

$$P = \frac{\sum_{n=0}^N X_I(nT)}{N}, \quad (2.29)$$

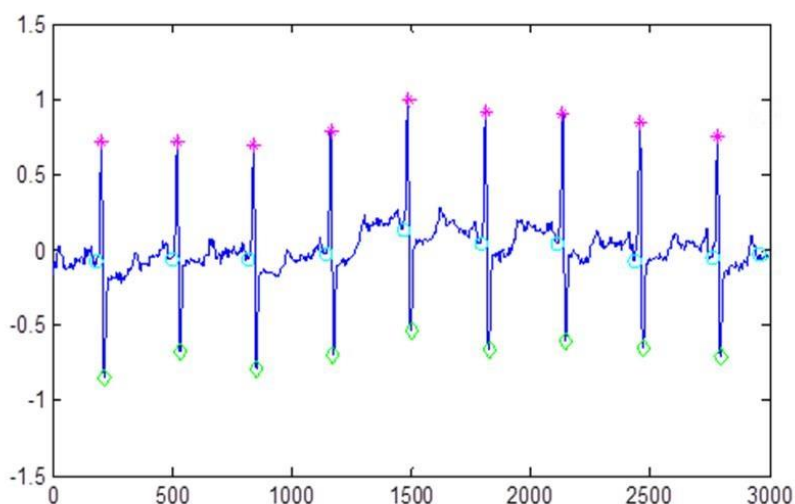
gdje je  $N$  dužina signala,  $P$  je prag a  $\max\_sig$  označava maksimum signala.

Detekcija se dešava kad je trenutna vrijednost signala iznad praga definisanog formulom i označava se sa  $R$  :

$$R = X_I(nT) > P \cdot \max\_sig. \quad (2.30)$$

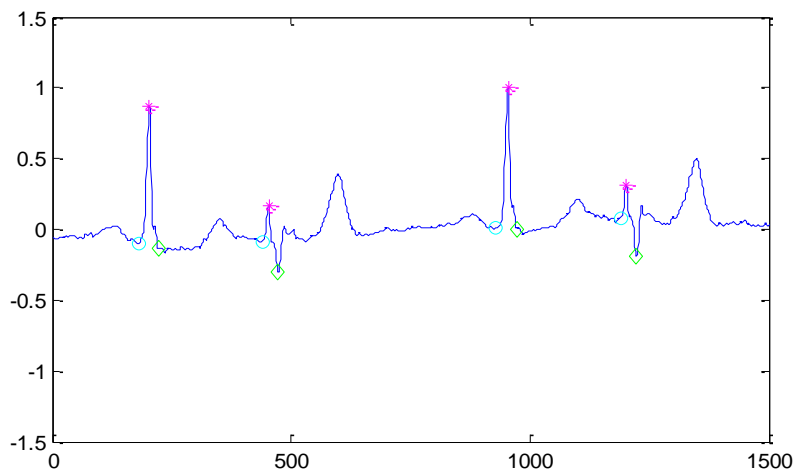
$X_I(nT)$  je signal iz posljednjeg koraka obrade.

Na ovaj način detektovane su  $R$  tačke izlaznog signala koje su označene ljubičastim oznakama. Kao što je ranije istaknuto,  $Q$  i  $S$  talasi su negativna odstupanja od izoelektrične linije EKG signala. Poznavajući prirodu ovih talasa, oni su detektovani traženjem minimuma signala sa lijeve i desne strane  $R$  tačke, respektivno. Minimumi su traženi unutar polovine prozora određenog u koraku integracije u okviru pomjerajućeg prozora sa obje strane  $R$  tačke.  $Q$  talasi su takođe označeni na Slici 28. i to oznakama plave boje, dok su  $S$  talasi obilježeni zelenom bojom.



Slika 28: Izlazni signal sa označenim Q, R i S talasima.

Predstavljeni algoritam je uspješno detektovao sve željene karakteristike EKG signala, što se uočava sa Slike 28., ali i na Slici 29. gdje je prikazan signal sa amplitudom T talasa mnogo jačom u odnosu na amplitudu koju posjeduje R talas.



**Slika 29:** Izlazni signal sa označenim Q, R i S talasima.

U slučaju potrebe, algoritam se može unaprijediti uvođenjem tzv. metoda “čišćenja” i “pretraživanja”. Budući da se sve pozicije tačaka detektovane jednačinom (2.30) smještaju u jedan niz, “čišćenje” bi podrazumijevalo njihovu provjeru. U medicini je usvojeno pravilo prema kome važi da se naredni QRS kompleks, po prirodi procesa njegovog nastanka, ne može pojaviti prije isteka vremenskog intervala od 200 ms. Dakle, ova metoda provjere podrazumijeva računanje vremenskog razmaka između svake dvije susjedne pozicije smještene u nizu i zanemarivanje svake detektovane pozicije koja se pojavljuje unutar 200 ms. Novi niz pozicija u tom slučaju će sadržati samo pozicije tačaka koje zaista pripadaju QRS kompleksu. Isti je princip rada metode “pretraživanja” samo što je cilj suprotan. Ponovo se pretražuju vremenski intervali između susjednih tačaka i ako nakon isteka 200 ms nema detekcije, algoritam se vraća unazad radi provjere eventualnog preskoka detekcije.

Osim Pan i Tompkins algoritma, postoje i drugi koji se međusobno razlikuju na osnovu korišćenog pristupa: Wavelet, Neuralne mreže, Hidden Markov modeli, Genetski algoritmi, Fazorna transformacija, Histogrami, i drugi.



### **3. HERMITSKE FUNKCIJE i HERMITSKA TRANSFORMACIJA**

#### **3.1. UVOD - Potreba za korišćenjem Hermitske transformacije u obradi EKG signala**

Kardiolozi, samim posmatranjem elektrokardiograma procjenjuju zdravstveno stanje srca i dijagnostifikuju njegove poremećaje. Vizuelna analiza signala koji su periodični kao što su EKG signali, je izuzetno zahtjevan zadatak koji oduzima veliko vrijeme. Zbog toga, vrlo često, usljed povećanog obima posla, pa samim tim umora i pada koncentracije, i najstručnije lice napravi pogrešnu procjenu stanja srca. EKG signali osoba kod kojih je prisutan neki vid poremećaja srčane aktivnosti, su po prirodi izuzetno neregularni, a indikatori poremećaja se dešavaju slučajno i u različitim periodima. Često se srijeću i nepravilni talasni oblici toliko slični pravilnim da ih samo izuzetno iskusno ljudsko oko može identifikovati. Čak se i EKG signal iste osobe može razlikovati zavisno od stanja, trenutka i uslova registrovanja. Zbog toga vizuelnim ispitivanjem srca može doći do propusta najznačajnijih pokazatelja vrste poremećaja. Dakle, uticaj ljudskog faktora je neizbježan. Pored ovoga, postoje i slučajevi koji zahtijevaju neprestan monitoring pacijenta kroz duži vremenski period, između ostalog i u operacionim salama gdje je neophodan i prenos registrovanih podataka na daljinu određenoj centralnoj procesorskoj jedinici.

Pomoć računarskih sistema i tačnih algoritama razvijenih posebno za ovu namjenu je neprocjenjiva. Zahvaljujući razvijenim algoritmima, kardiolog može analizirati podatke snimljene u toku 24 časa za svega 20 – 40 minuta, ako pretpostavimo da u registrovanom elektrokardiogramu nisu detektovane anomalije.

Svako odstupanje srčanog ritma od usvojenih granica unutar kojih se on smatra normalnim, u medicini poznato je pod nazivom aritmija. Praćenje aritmije koja je ozbiljno i najčešće srčano oboljenje, od velikog je značaja. PVC (Premature Ventricular Contraction – kontrakcija donjih komora prije predviđenog vremena) je njen najčešći oblik, a rizik za prestanak rada srca je dva puta veći kod pacijenata oboljelih od ovog oboljenja. U medicini je usvojeno pravilo po kome važi da se PVC, kad se dogodi više od tri puta, razvija u ozbiljniji poremećaj srčanog ritma. Stoga je jasna potreba za ranim otkrivanjem pomenute bolesti. Iz razloga ranije izloženih, konstantni monitoring pacijenta koji je neophodan za pravilno ispitivanje bolesti, je gotovo nemoguć.

Primjera radi, uzećemo i pacijenta kod koga je prisutna vrsta poremećaja sna koja se manifestuje na izgled EKG signala. Kvalitetan san je od velikog značaja za naše fizičko i emotivno zdravlje jer se u toku sna naše tijelo regeneriše. San povoljno utiče i na naš um i pamćenje. Stoga, usljed nedostatka sna, i svega što se javlja kao posljedica toga, poremećeno je normalno funkcionisanje čovjeka. Prestanak disanja u toku spavanja (Sleep Apnea) spada u grupu ozbiljnih poremećaja sna. Učestalost pojave simptoma i njihovo trajanje su nepredvidljivi, isto kao što su nepredvidljive i njihove posljedice. Simptomi mogu trajati toliko dugo da izazovu trajna oštećenja mozga, pa čak i smrtne posljedice. Prestanak disanja u toku sna je zanimljiv fenomen sa stanovišta elektrokardiografije zbog toga što se prestanak disanja manifestuje kao prestanak rada srca koji može, ali ne isključivo, biti trenutani. Dakle, u ovom slučaju informacija o RR intervalu je značajna za otkrivanje ove bolesti. U opštem slučaju, bilo bi neizbježno da jedno stručno lice nadgleda pacijenta u toku dugog vremenskog intervala, i to uglavnom u toku noći. Njegova dužnost bila bi da pomno prati i registruje svaku promjenu na elektrokardiogramu koja bi mogla biti pokazatelj ovog poremećaja. U tom slučaju javljaju se sljedeća pitanja: Šta ako se nikakav simptom ne pojavi u toku ispitivanja pacijenta? Da li će on, u tom slučaju, biti dijagnostifikovan kao zdrav iako to nije? Da li će sve veći broj pacijenata značiti isti broj stručnih lica? Ovo su upravo razlozi zbog kojih su mnoge bolesti sličnog tipa nedovoljno istražene i mnogi bolesni pacijenti klasifikovani u zdrave. Usljed svega ovoga, javlja se potreba za računarskim algoritmima pomoću kojih bi bilo moguće pratiti električnu aktivnost srca pacijenta kroz dovoljno dug vremenski period. Osim toga, ovi algoritmi bi mogli brže odraditi i dio posla koji se tiče analize samih signala, pa i automatski klasifikovati pacijente na zdrave i bolesne.

Kada bi se algoritam za preciznu i tačnu analizu EKG signala i detekciju anomalija integrisao u prenosivi uređaj koji bi pacijenti mogli nositi i na taj način bili pod prismotrom ljekara, mogli bi se spasiti i životi.

Takvi uređaji moraju biti malih dimenzija da bi se prilagodili sposobnosti ljudskog tijela da ih nosi. Kao posljedica ovoga, između ostalog, kapacitet integrisane memorije za čuvanje podataka je jako mali, što bi značilo da ovi uređaji imaju ograničenu memoriju. Sa druge strane, količina podataka registrovana prilikom akvizicije EKG signala je ogromna i zahtijeva razvoj tehnika za kompresiju radi efikasnog skladištenja, prenosa na daljinu i analize signala. Glavni cilj je postići što veći stepen kompresije, a da se pri tom sačuva čitava klinička slika signala.

Većina informacije se krije oko R tačke, odnosno, u QRS kompleksu. QRS kompleks i vremenski razmak između dva uzastopna R talasa (RR interval), karakteristike su koje omogućavaju otkrivanje skoro svih srčanih anomalija.

Biomedicinski signali kao što su EKG signali, posjeduju mogućnost predstavljanja u komprimovanom obliku. Pošto je primjetna sličnost između talasnih oblika QRS kompleksa i Hermitskih bazisnih funkcija [69]-[95], pokazuje se da su Hermitske funkcije i na njima zasnovana Hermitska transformacija najpovoljniji za predstavljanje ovog dijela signala [70]-[76]. Poređenjem rezultata dobijenih primjenom Fourier-ovih funkcija, primjećuje se značajna prednost u korišćenju Hermitskih funkcija. Koristeći Hermitsku transformaciju dobija se veći stepen kompresije QRS kompleksa, u odnosu na metode koje se baziraju na korišćenju DFT (Diskretne Fourier-ove transformacije), DCT (Diskretne Kosinusne transformacije) i DWT (Diskretne Wavelet transformacije) koje su takođe široko rasprostranjene baze kad je u pitanju kompresija signala uopšte [8]. Razna poređenja ovih pristupa omogućila su kvantifikovanje povoljnosti Hermitske transformacije u odnosu na ostale transformacije: 33% u odnosu na DFT, 25% u odnosu na DCT a 40% u odnosu na DWT. Ovome mnogo doprinosi i mogućnost optimizovanja Hermitske transformacije. Takođe, DFT, DCT i DWT bolje aproksimiraju nisko – frekvencijske karakteristike, dok visoko – frekvencijske karakteristike zanemaruju, što je velika mana ako uzmemo u obzir da se QRS kompleksi sastoje i od visoko – frekvencijskih komponenti.

Svaki detektovani QRS kompleks se razlaže u Hermitske bazisne funkcije i transformacioni koeficijenti koji nastaju kao rezultat ovog postupka sada postaju novi elementi kojim je predstavljen QRS kompleks. Korišćenjem Hermitske transformacije signal je moguće predstaviti pomoću svega nekoliko nenultih koeficijenata, što omogućava brzu analizu i prenos podataka na daljinu, kao i malu potrebu za memorijom za njihovo čuvanje [73]-[76]. Pri tome, kvalitet signala ostaje medicinski prihvatljiv, tj. sačuvana je čitava informacija koju signal nosi. Novi signal je dovoljno sličan originalnom da ne može doći do pogrešne interpretacije. Dakle, pomoću ovih funkcija signal je moguće aproksimirati sa zanemarljivo malom greškom. Čitava informacija originalnog signala može se u svakom trenutku rekonstruisati iz tih nekoliko značajnih Hermitskih koeficijenata primjenom popularnih metoda rekonstrukcije razvijenih u okviru koncepta Komprimovanog očitavanja - Compressive Sensing-a.

U nastavku ovog poglavlja biće predstavljene osnovne karakteristike Hermitskih funkcija i Hermitska transformacija sa primjenom na EKG signale. Takođe, biće razmatrana i mogućnost optimizacije Hermitske transformacije u cilju povećanja stepena kompresije. Konačno, razmatran je i teorijski osvrt na rekonstrukciju signala iz nekoliko Hermitskih koeficijenata u uslovima komprimovanog odabiranja signala.

### 3.2. HERMITSKE FUNKCIJE

Rezultati istraživanja pokazali su da se prosječno 98.6% energije EKG signala može opisati pomoću svega tri Hermitske funkcije [76], što ih čini veoma povoljnim za modelovanje ovih signala. Pretpostavimo da EKG signali mogu imati kompaktnu predstavu u ortogonalnoj bazi funkcija. U tom slučaju moguće je za aproksimaciju signala koristiti kontinualnu ili diskretnu bazu. To je stvar izbora koja zavisi od rezultujuće predstave signala, željenog stepena kompresije i efikasnosti pristupa. Predstavljanje signala bilo kontinualnim ili diskretnim funkcijama, omogućava da se signal definiše sa konačnim brojem parametara, odnosno sa konačnom linearnom kombinacijom ortonormalnih bazisnih elemenata. Elementi kojim je predstavljen signal nazivaju se koeficijentima ekspanzije u ortogonalnoj bazi. U slučaju korišćenja kontinualne baze, proces prevođenja signala svodi se na numeričke metode aproksimacije integrala, u većini slučajeva, na korišćenje numeričke kvadrature. Sa druge strane, diskretni prikaz signala možemo dobiti iz kontinualnog i to primjenom metode odabiranja.

#### 3.2.1. KONTINUALNE HERMITSKE FUNKCIJE

Ako se posmatra polinom  $HP_n(t), n \geq 0$  koji ispunjava uslove:

$$\begin{cases} HP_0(t) = 0, n = 0 \\ HP_1(t) = 2t, n = 1 \\ HP_n(t) = 2tHP_{n-1}(t) - 2(n-1)HP_{n-2}(t), n \geq 2 \end{cases} \quad (3.1)$$

Ovakvi polinomi nazivaju se Hermitskim polinomima [81]-[85].

Hermitska funkcija n-tog reda zavisna je od Hermitskog polinoma istog reda što se izražava jednačinom (3.2) [73]-[85]:

$$HF_n(t, \delta) = \frac{1}{\sqrt{\delta 2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{-\frac{t^2}{2\delta^2}} HP_n\left(\frac{t}{\delta}\right). \quad (3.2)$$

Sa  $\delta$  označen je faktor skaliranja koji se odnosi na širinu Gausove funkcije korišćene u računanju Hermitskih funkcija [79].

Predmet istraživanja je EKG signal  $x(t)$ . Kako su dijelovi EKG signala od našeg interesa QRS kompleksi, to će se sa  $QRS(t)$  označavati QRS signal za koji važi:

$$QRS'(t) = \begin{cases} QRS(t), & |t| < \frac{T_0}{2} \\ 0, & |t| > \frac{T_0}{2} \end{cases}, \quad (3.3)$$

gdje je  $QRS'(t)$  element linearnog vektorskog prostora  $L(-\infty, +\infty)$  za koji važi  $\int_{-\infty}^{+\infty} QRS'(t) dt < \infty$ .

Sada kad su definisani signal od interesa i Hermitske funkcije, može se matematičkom formulom zapisati aproksimacija n-tog stepena signala, odnosno, aproksimacija signala pomoću Hermitskih koeficijenata  $C_n$ :

$$QRS'(t) \approx \sum_{n=0}^{N-1} C_n(\delta). \quad (3.4)$$

$N$  je broj funkcija korišćenih za aproksimaciju signala. U funkciji Hermitskih bazisnih funkcija, QRS signal se može opisati jednačinom [95]:

$$QRS(t) \approx \sum_{n=0}^{N-1} C_n HF_n(t, \delta). \quad (3.5)$$

Zapravo, svaki karakteristični talas ili čak i segment između dva talasa, odnosno, svaki dio EKG signala koji je od interesa za analizu i obradu, mogao bi se na isti način modelovati u Hermitski transformacioni domen. Primjera radi:

$$\begin{aligned} P(t) &\approx \sum_{n=0}^{N_p-1} C_n HF_n(t, \delta_p) \\ T(t) &\approx \sum_{n=0}^{N_T-1} C_n HF_n(t, \delta_T) \\ ST(t) &\approx \sum_{n=0}^{N_{ST}-1} C_n HF_n(t, \delta_{ST}) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Međutim, kako su Hermitske bazisne funkcije najbližije QRS kompleksu, to one pokazuju i najbolji učinak u kompresiji ovog dijela signala.

Sa  $C_n$  označeni su koeficijenti ekspanzije, odnosno, predstavnici signala u Hermitskom transformacionom domenu [95]. Rezultat su unutrašnjeg proizvoda signala koji se obrađuje i svake Hermitske funkcije. Svi koeficijenti ekspanzije smješteni su u nizu  $C_n(\delta)$  i zavisni su od faktora skaliranja  $\delta$ . Ovo je značajno zbog mogućnosti prilagođavanja Hermitskih

koeficijenta signala, posebno u slučajevima QRS kompleksa sa velikom raznolikošću u trajanju. Iz jednačine (3.5) dobijamo izraz za koeficijente ekspanzije u obliku datom jednačinom (3.7):

$$C_n = \int_L QRS(t) HF(t, \delta) dt. \quad (3.7)$$

Prve četiri Hermitske bazisne funkcije prikazane su na Slici 30.



**Slika 30:** Hermitske bazisne funkcije.

Svaka od funkcija  $HF_n(t, \delta)$  van granica definisanosti  $(-T, T)$  teži 0:

$$\lim_{|t| \rightarrow \infty} e^{-\frac{t^2}{2\delta^2}} HP_n\left(\frac{t}{\delta}\right) = 0. \quad (3.8)$$

Upravo zbog ove činjenice smatra se da Hermitske funkcije imaju kompaktnu predstavu u nekom domenu definisanosti, pa se u cilju specifikacije tog domena može uvesti parametar  $T_0$  čiji se iznos bira u zavisnosti od faktora skaliranja  $\delta$  i broja Hermitskih funkcija uključenih u ekspanziju.

U praksi, obrada ove vrste podrazumijeva korišćenje konačnog i malog broja Hermitskih funkcija  $X$  za ekspanziju signala:  $HF_0(t, \delta), HF_1(t, \delta), \dots, HF_{X-1}(t, \delta)$ . Ove funkcije imaju kompaktnu predstavu u domenu  $[-T_0, T_0]$ . U opštem slučaju, uzimajući u obzir dati niz funkcija, važi:

$$HF_n(t, \delta) = 0, \forall t \notin [-T_0, T_0], 0 \leq n < X. \quad (3.9)$$

Kako (3.3) važi, za signal  $QRS(t)$  može se smatrati da ima kompaktnu predstavu u istom intervalu kao i Hermitske funkcije, pa se koeficijenti ekspanzije računaju u konačnom intervalu  $(-T_0, T_0)$ :

$$C_n = \int_L QRS(t) HF(t, \delta) dt = \int_{-T_0}^{T_0} QRS(t) HF_n(t, \delta) dt. \quad (3.10)$$

Pošto je broj Hermitskih funkcija kojim se predstavlja signal  $QRS(t)$  konačan i iznosi  $X$ , potrebno je izračunati konačan broj koeficijenata i to:  $C_{n_0}, C_{n_1}, C_{n_2}, \dots, C_{n_{X-1}}$ . Aproksimirani signal može se sada izraziti formulom:

$$\hat{QRS}(t) = \sum_{x=0}^{X-1} C_{n_x} HF_{n_x}(t, \delta). \quad (3.11)$$

Drugi način za dodatnu kompresiju signala, odnosno, dodatno smanjenje broja koeficijenata potrebnih za predstavljanje signala, uključuje i biranje nekoliko najjačih Hermitskih koeficijenata. Naime, ako posmatramo izraz za grešku aproksimacije koja predstavlja energiju razlike između originalnog i aproksimiranog signala zaključimo da je ona manja što su koeficijenti jači [70]:

$$E = \sqrt{(QRS(t) - \hat{QRS}(t))^2}. \quad (3.12)$$

Tako se izraz (3.12) može koristiti za određivanje broja koeficijenata potrebnih za aproksimaciju. Što je veći broj koeficijenata tačnija je i aproksimacija, međutim, rješenje tražimo tako da postignemo željeni kompromis između performansi algoritma i greške aproksimacije.

### 3.2.2. DISKRETNE HERMITSKE FUNKCIJE

Prethodno predstavljeni princip koji se bazirao na aproksimaciji QRS kompleksa pomoću kontinualnih Hermitskih funkcija, predstavlja dobru teorijsku osnovu za primjenu Hermitskih funkcija u kompresiji signala, ali ne i efikasno praktično rješenje. Glavna mana algoritma sastoji se u nemogućnosti rekonstrukcije signala iz koeficijenata dobijenih pomoću malog i konačnog broja kontinualnih Hermitskih funkcija. Aproksimirani signal u ovom slučaju ne konvergira ka originalnom bez obzira na broj primijenjenih Hermitskih funkcija. Zadovoljavajuća rekonstrukcija signala zahtijevala bi korišćenje velikog broja koeficijenata koji bi se dobijali dugim i složenim računom [73]. Visoka cijena kompjuterskog računanja i spori algoritmi u suprotnosti su sa ciljevima kad je u pitanju obrada biomedicinskih signala. Zbog toga će u daljem radu biti predstavljena aproksimacija signala pomoću diskretnih Hermitskih funkcija. Diskretne funkcije se mogu dobiti iz kontinualnih njihovim odabiranjem u određenim tačkama .

Diskretni zapis Hermitskog polinoma n-tog stepena dat je jednačinom (3.13) [8]:

$$HP(t) = (-1)^n e^{t^2} \frac{d^n (e^{-t^2})}{dt^n}. \quad (3.13)$$

Sa druge strane, Hermitska funkcija  $n$ -tog reda izražena preko Hermitskog polinoma može se zapisati na sljedeći način [8]:

$$HF(t, \delta) = \frac{1}{\sqrt{\delta 2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{-\frac{t^2}{2\delta^2}} HP\left(\frac{t}{\delta}\right). \quad (3.14)$$

Ovdje takođe posmatramo QRS komplekse EKG signala, odnosno signal  $QRS(t)$  opisan jednačinom (3.3). Njegova ekspanzija pomoću diskretnih Hermitskih funkcija data je sljedećim izrazom:

$$QRS(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n HF_n(t, \delta). \quad (3.15)$$

Broj diskretnih Hermitskih funkcija potrebnih za aproksimaciju signala bez unošenja greške jednak je dužini signala. Međutim, može se primijeniti i manji broj funkcija a da pri tome greška bude prihvatljiva (beznačajna). Ako se uzme u obzir i greška aproksimacije, jednačina (3.15) može se zapisati i u obliku:

$$QRS(t) = \sum_{n=0}^{N-1} C_n(\delta) HF_n(t, \delta) + e(t, \delta), \quad (3.16)$$

gdje  $e(t, \delta) \rightarrow 0$  kako  $N \rightarrow S$ .  $S$  predstavlja dužinu signala  $QRS(t)$ .

Izraz za računanje Hermitskih koeficijenata glasi:

$$C_n = \int_{-\infty}^{+\infty} QRS(t) HF_n(t, \delta) dt. \quad (3.17)$$

Tačnom aproksimacijom smatra se aproksimacija korišćenjem broja funkcija koji je jednak dužini (brojem odbiraka) diskretnog signala  $S$ . U praksi se primjenjuje i manji broj funkcija  $X$ .

U diskretnom Hermitskom domenu, Hermitske funkcije biramo u nulama Hermitskih polinoma pa se dobija konačna ortonormalna predstava signala. Za računanje integrala kao što je integral dat jednačinom (3.17), koristi se kvadraturna aproksimacija. U ovom slučaju primijenjena je Gaus – Hermite kvadratura pomoću koje se pojednostavljuje računanje Hermitskih koeficijenata [82], [87]-[89]:

$$C_n = \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} \sum_{z=1}^X \frac{2^{X-1} X! \sqrt{\pi}}{X^2 HP_{X-1}^2\left(\frac{t_z}{\delta}\right)} (QRS(t_z) e^{-\frac{t_z^2}{2\delta^2}}) HP_n\left(\frac{t_z}{\delta}\right). \quad (3.18)$$

Koristeći se relacijom koja Hermitske funkcije izražava pomoću Hermitskih polinoma (3.14), u obliku:



$$HF_n(t_z, \delta) = \frac{1}{\sqrt{\delta 2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{-\frac{t_z^2}{2\delta^2}} HP\left(\frac{t_z}{\delta}\right) \quad (3.19)$$

i

$$HF_{X-1}(t_z, \delta) = \frac{1}{\sqrt{\delta 2^{X-1} (X-1)! \sqrt{\pi}}} e^{-\frac{t_z^2}{2\delta^2}} HP_{X-1}\left(\frac{t_z}{\delta}\right). \quad (3.20)$$

Izraz (3.18) možemo zapisati u pojednostavljenom i aproksimiranom obliku:

$$C_n \approx \frac{1}{X} \sum_{z=1}^X \frac{HF_n(t_z, \delta)}{HF_{X-1}^2(t_z, \delta)} QRS(t_z), \quad (3.21)$$

$t_z$  predstavljaju nule Hermitskih polinoma stepena  $N$ , a  $n=0,1,\dots,X-1$ .

Ekspanziju signala koristeći  $X$  funkcija možemo izraziti i u matričnom obliku. Za matricu Hermitske transformacije koristiće se oznaka  $H_{X \times X}$ :

$$H_{X \times X} = \frac{1}{X} \begin{bmatrix} \frac{HF_0(t_1, \delta_1)}{HF_{X-1}^2(t_1, \delta_1)} & \frac{HF_0(t_2, \delta_2)}{HF_{X-1}^2(t_2, \delta_2)} & \dots & \frac{HF_0(t_X, \delta_X)}{HF_{X-1}^2(t_X, \delta_X)} \\ \frac{HF_1(t_1, \delta_1)}{HF_{X-1}^2(t_1, \delta_1)} & \frac{HF_1(t_2, \delta_2)}{HF_{X-1}^2(t_2, \delta_2)} & \dots & \frac{HF_1(t_X, \delta_X)}{HF_{X-1}^2(t_X, \delta_X)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{HF_{X-1}(t_1, \delta_1)}{HF_{X-1}^2(t_1, \delta_1)} & \frac{HF_{X-1}(t_2, \delta_2)}{HF_{X-1}^2(t_2, \delta_2)} & \dots & \frac{HF_{X-1}(t_X, \delta_X)}{HF_{X-1}^2(t_X, \delta_X)} \end{bmatrix}_{X \times X}, \quad (3.22)$$

dok je vektor Hermitskih koeficijenata:

$$C = \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ \vdots \\ C_{(X-1)} \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Vektor koji sadrži  $X$  odbiraka signala odabranih u nulama Hermitskog polinoma dat je sa:

$$\hat{QRS} = \begin{bmatrix} QRS(t_{s1}) \\ QRS(t_{s2}) \\ \vdots \\ QRS(t_{sX}) \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

Uzimajući u obzir jednačinu (3.21) i uvedene oznake, koeficijenti ekspanzije dobijeni Gaus – Hermite kvadraturnom aproksimacijom se u matričnom obliku mogu izraziti na sljedeći način:

$$\begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ \vdots \\ C_{X-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{X} \begin{bmatrix} \frac{HF_0(t_1, \delta_1)}{HF_{X-1}^2(t_1, \delta_1)} & \frac{HF_0(t_2, \delta_2)}{HF_{X-1}^2(t_2, \delta_2)} & \cdots & \frac{HF_0(t_X, \delta_X)}{HF_{X-1}^2(t_X, \delta_X)} \\ \frac{HF_1(t_1, \delta_1)}{HF_{X-1}^2(t_1, \delta_1)} & \frac{HF_1(t_2, \delta_2)}{HF_{X-1}^2(t_2, \delta_2)} & \cdots & \frac{HF_1(t_X, \delta_X)}{HF_{X-1}^2(t_X, \delta_X)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{HF_{X-1}(t_1, \delta_1)}{HF_{X-1}^2(t_1, \delta_1)} & \frac{HF_{X-1}(t_2, \delta_2)}{HF_{X-1}^2(t_2, \delta_2)} & \cdots & \frac{HF_{X-1}(t_X, \delta_X)}{HF_{X-1}^2(t_X, \delta_X)} \end{bmatrix}_{X \times X} \begin{bmatrix} QRS(t_{s1}) \\ QRS(t_{s2}) \\ \vdots \\ QRS(t_{sX}) \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Radi preglednosti možemo koristiti i skraćeni zapis:

$$C = H_x \hat{QRS}. \quad (3.26)$$

U cilju dobijanja izraza za računanje vrijednosti  $\hat{QRS}$ , potrebno je odrediti inverznu matricu matrice  $H_{X \times X}$ :

$$H_{X \times X}^{-1} = \begin{bmatrix} HF_0(t_1, \delta_1) & HF_0(t_2, \delta_2) & \cdots & HF_0(t_X, \delta_X) \\ HF_1(t_1, \delta_1) & HF_1(t_2, \delta_2) & \cdots & HF_1(t_X, \delta_X) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ HF_{X-1}(t_1, \delta_1) & HF_{X-1}(t_2, \delta_2) & \cdots & HF_{X-1}(t_X, \delta_X) \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Dakle:

$$\begin{bmatrix} QRS(t_{s1}) \\ QRS(t_{s2}) \\ \vdots \\ QRS(t_{sX}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} HF_0(t_1, \delta_1) & HF_0(t_2, \delta_2) & \cdots & HF_0(t_X, \delta_X) \\ HF_1(t_1, \delta_1) & HF_1(t_2, \delta_2) & \cdots & HF_1(t_X, \delta_X) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ HF_{X-1}(t_1, \delta_1) & HF_{X-1}(t_2, \delta_2) & \cdots & HF_{X-1}(t_X, \delta_X) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ \vdots \\ C_{X-1} \end{bmatrix}, \quad (3.28)$$

ili u zapisu:

$$\hat{QRS} = H_x^{-1} C. \quad (3.29)$$

Kako signal treba biti odabran u tačkama koje odgovaraju nulama Hermitskih polinoma, u većini slučajeva ti odbirci nisu ravnomjerno raspoređeni. Stoga ukoliko imamo diskretni signal koji je odabran po teoremi odabiranja u ekvidistantnim tačkama, u cilju dobijanja vrijednosti u tačkama koje odgovaraju nulama Hermitskih polinoma, koristimo princip interpolacije:

$$QRS(t_s) \approx \sum_{n=-O}^O QRS(n\Delta t) \frac{\sin(\pi(t_s - n\Delta t) / \Delta t)}{\pi(t_s - n\Delta t) / \Delta t}, s = 1, \dots, X, n = -Y, \dots, Y, \quad (3.30)$$

gdje su  $t_s$  tačke odabiranja signala, a  $\Delta t$  je period odabiranja. U slučaju signala neparne dužine važi  $X = 2Y + 1$ . Sada se može izraziti vektor vrijednosti signala u odabranim tačkama odabiranja u funkciji od vektora odbiraka prvobitnog signala (3.31):

$$\begin{bmatrix} QRS(t_{s1}) \\ QRS(t_{s2}) \\ \vdots \\ QRS(t_{sX}) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} o_{11} & o_{12} & \cdots & o_{1X} \\ o_{21} & o_{22} & \cdots & o_{2X} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ o_{X1} & o_{X2} & \cdots & o_{XX} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} QRS(-Y) \\ QRS(-Y+1) \\ \vdots \\ QRS(Y) \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

Elementi  $o_{ij}$  definišu se:

$$o_{ij} = \sin[\pi(t_s - (j-Y-1)\Delta t)] / [\pi(t_s - (j-Y-1)\Delta t) / \Delta t], \quad (3.32)$$

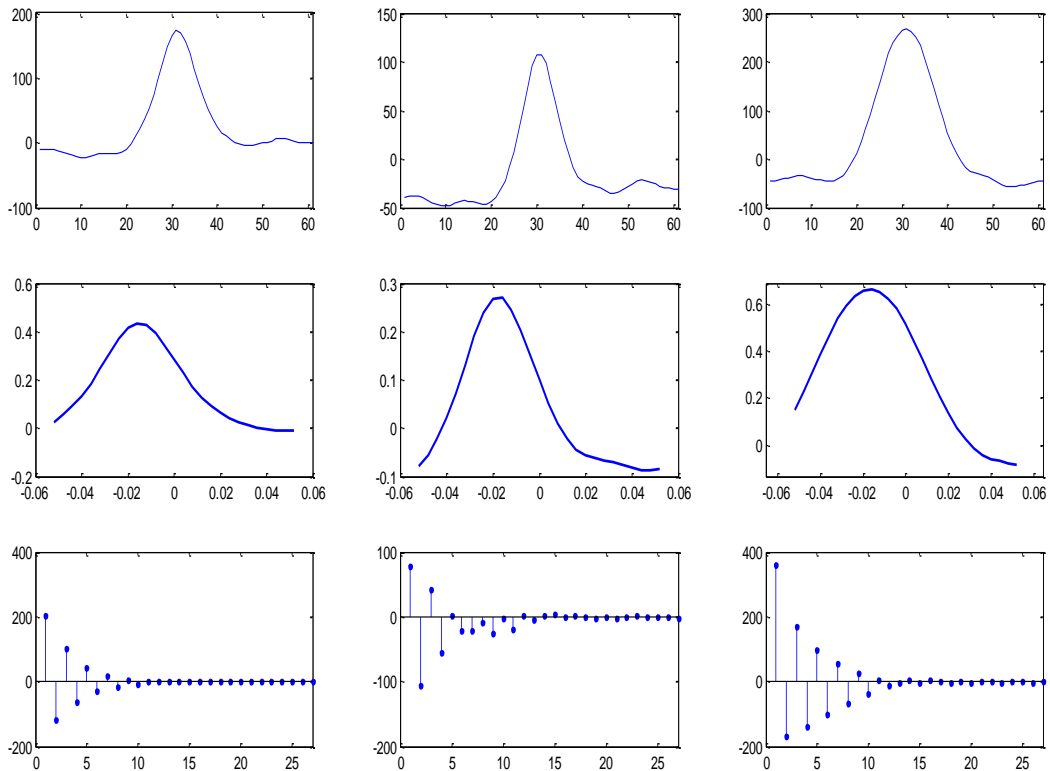
gdje za  $i, j$  važi  $i, j \in \{1, 2, \dots, X\}$ .

U skraćenom zapisu:

$$\hat{QRS} = O_s QRS. \quad (3.33)$$

Greška aproksimacije koristeći interpolaciju (3.30) je najveća u graničnim vremenskim tačkama oblasti definisanosti.

Na Slici 31. dat je prikaz tri QRS kompleksa u vremenskom i Hermitskom transformacionom domenu. U prvom redu prikazani su vremenski oblici QRS kompleksa (QRS kompleksi su dužine 60 odbiraka), zatim su prikazani talasni oblici signala u Hermitskom transformacionom domenu, dok su u posljednjem redu prikazani Hermitski koeficijenti datih QRS kompleksa.



Slika 31: QRS kompleksi u Hermitskom transformacionom domenu.

### 3.2.3. OPTIMIZACIJA PARAMETARA HERMITSKJE TRANSFORMACIJE

Kako se signal predstavlja u Hermitskom transformacionom domenu kao linearna zavisnost seta Hermitskih funkcija, to se ovakav način predstavljanja signala može dodatno optimizovati podešavanjem parametara Hermitskih funkcija: faktora skaliranja i vremenskog pomjeraja [8], [82]-[95].

Optimizacija faktora skaliranja podrazumijeva kompresiju ili širenje Hermitskih funkcija do mjere poklapanja sa QRS kompleksom. Optimalni faktor skaliranja  $\delta$  je onaj pri kome se dobija najrjeđa moguća predstava signala. Vodeći se pravilima teoreme o odabiranju, signal se može ponovo odabrati u željenim tačkama. Iz ovih tačaka signal je moguće rekonstruisati. Stoga, umjesto u tačkama  $t_s = t_{s1}, \dots, t_{sX}$ , signal će se odabirati u novim tačkama  $\delta t_x = \delta t_1, \dots, \delta t_X$  zavisnim od faktora skaliranja  $\delta$ . Na taj način, podešavanjem ovog parametra biramo i date tačke u cilju postizanja optimizacije. Funkcija interpolacije predstavljena jednačinom (3.30), sada dobija oblik [8]:

$$QRS(\delta t_x) \approx \sum_{n=0}^O QRS(n\Delta t) \frac{\sin(\pi(\delta t_x - n\Delta t) / \Delta t)}{\pi(\delta t_x - n\Delta t) / \Delta t}, \quad (3.34)$$

a vektor vrijednosti signala u odabranim tačkama odabiranja:

$$\begin{bmatrix} QRS(\delta t_1) \\ QRS(\delta t_2) \\ \vdots \\ QRS(\delta t_X) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} o_{11} & o_{12} & \cdots & o_{1X} \\ o_{21} & o_{22} & \cdots & o_{2X} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ o_{X1} & o_{X2} & \cdots & o_{XX} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} QRS(-Y) \\ QRS(-Y+1) \\ \vdots \\ QRS(Y) \end{bmatrix}. \quad (3.35)$$

Optimalna vrijednost parametra  $\delta$  je ona vrijednost za koju se dobija najkomprimovanija i najrjeđa predstava signala. U cilju određivanja vrijednosti ovog parametra, koristi se mjera koncentracije koja se bazira na  $\ell_1$  normi [8], [90]. Primjenom ovog kriterijuma na koeficijente Hermitske transformacije (3.36):

$$\eta = \|C\|_1 = \sum_{n=0}^{X-1} |C_n| \quad (3.36)$$

dobija se vrijednost  $\delta$  računanjem izraza (3.37), i ona je optimalna.

$$\delta = \arg \min_{\delta} \|C\|_1 \quad (3.37)$$

Traženje optimalne vrijednosti  $\delta$  svodi se na pretraživanje vrijednosti koja daje najbolje rezultate u opsegu mogućih vrijednosti. Dakle, vrijednost se traži iterativno. Broj iteracija jednak je broju odbiraka signala. Počinje se od najmanje moguće vrijednosti, odnosno donje

granice faktora skaliranja pri kojoj algoritam konvergira, pa se dalje vrijednosti dobijaju dodavanjem i oduzimanjem neke male vrijednosti  $\Delta$ . Dakle, parametar  $\delta$  tražimo iz opsega  $[\delta_0, \delta_{\max}]$  sa korakom  $\beta$ :

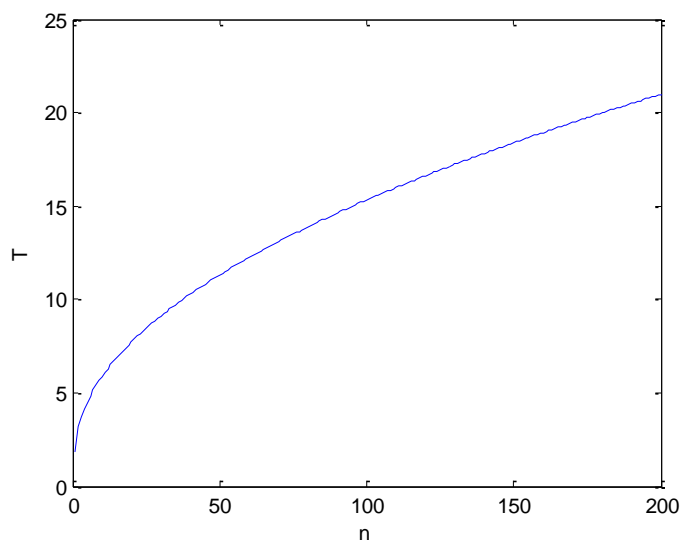
$$\delta = \delta_0 : \beta : \delta_{\max}. \quad (3.38)$$

Mali korak  $\beta$  dovodi do spore konvergencije, dok bi velika vrijednost koraka dovela do nestabilnosti algoritma, tako da se ovaj parametar bira tako da obezbijedi da  $\delta$  zadrži neku od vrijednosti između donje i gornje granice.

Kad je u pitanju opseg vrijednosti faktora skaliranja, on zavisi od vremenskog poklapanja Hermitskih bazisnih funkcija i signala koji se aproksimira i označava se sa  $T$ , kao i od njihovog poklapanja po frekvenciji izraženog parametrom  $B$  [91], [92]. Na Slici 32. prikazana je zavisnost parametra  $T$  od stepena Hermitskih bazisnih funkcija  $n$ , pri čemu je vrijednost faktora skaliranja 1, a  $\varphi = 0.001$ .  $\varphi$  je mali broj i rezultat je odnosa:

$$\frac{QRS(t)}{\max\{|QRS(t)|\}} < \varphi, \quad (3.39)$$

za svako  $t$  iz oblasti definisanosti signala.



**Slika 32:** Zavisnost vremenskog poklapanja Hermitskih bazisnih funkcija i signala koji se aproksimira od stepena bazisnih funkcija.

Kao što se sa slike vidi, kako se povećava stepen bazisnih funkcija, povećava se i parametar  $T$ . Što je veći stepen bazisnih funkcija  $n$ , to one imaju više visoko-frekventnih komponenti.

Zapravo, funkcija zavisnosti sa Slike 32. opisuje se jednačinom:

$$T \approx \sqrt{\frac{\pi n}{1.7}} + 1.8. \quad (3.40)$$

Jednačina (3.40) može se predstaviti i u obliku zavisnosti  $T$  od faktora skaliranja  $\delta$ :

$$T \approx 2\delta\left(\sqrt{\frac{\pi n}{1.7}} + 1.8\right). \quad (3.41)$$

Osim  $T$ , i frekvencijski opseg utiče na određivanje faktora skaliranja:

$$B \approx \frac{\sqrt{\frac{\pi n}{1.7}} + 1.8}{2\pi\delta}. \quad (3.42)$$

Iz relacija (3.41) i (3.42) mogu se dobiti izrazi za faktor skaliranja, jedan u zavisnosti od  $T$  a drugi u zavisnosti od  $B$ . Pomoću ovih izraza dolazimo do opsega vrijednosti faktora skaliranja:

$$\delta > \frac{T}{2\left(\sqrt{\frac{\pi n}{1.7}} + 1.8\right)}, \quad \delta < \frac{2\left(\sqrt{\frac{\pi n}{1.7}} + 1.8\right)}{2\pi B}. \quad (3.43)$$

Sada se  $\delta_0$  može definisati kao:

$$\delta_0 = \frac{X\Delta t}{2\left(\sqrt{\frac{\pi(X-1)}{1.7}} + 1.8\right)}, \quad (3.44)$$

pri čemu je  $\Delta \rightarrow \frac{2}{t_x}$ .

Gornja granica faktora skaliranja  $\delta_{\max}$  iznosi:

$$\delta_{\max} = \frac{2\left(\sqrt{\frac{\pi X}{1.7}} + 1.8\right)}{2\pi B}. \quad (3.45)$$

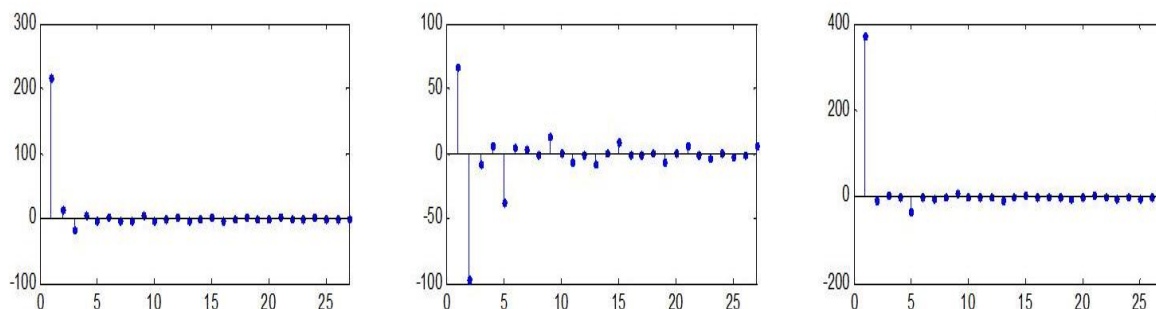
Pored faktora skaliranja možemo podešavati i vremensko pomjeranje signala (za željeni iznos lijevo ili desno). Pod parametrom vremenskog pomjeraja  $\tau$  podrazumijeva se onaj iznos za koji se signal pomjera da bi se dobila kompaktna i rijetka predstava signala. Umjesto  $QRS(n\Delta t)$  za pomjereni signal možemo zapisati  $QRS((n \pm \tau)\Delta t)$ , pri čemu  $\tau$  može imati vrijednost iz opsega  $[-\tau_{\max}, \tau_{\max}]$ .

Nalaženje optimalne vrijednosti  $\tau$  podrazumijeva posmatranje promjene koncentracije signala za već nađenu optimalnu vrijednost faktora skaliranja, pri čemu je  $\tau$  odabrano nasumice iz skupa mogućih vrijednosti. Određivanje optimalnog vremenskog pomjeraja nije dug proces ako se uzme u obzir da njegova maksimalna vrijednost, kad su u pitanju QRS

kompleksi, može iznositi do 3 [96]. Sve vrijednosti  $\tau$ , pri kojima je  $\delta$  optimalno, smještaju se u vektor  $V$ , pa je optimalno  $\tau$  ono koje je rješenje jednačine [8], [95]:

$$\tau = \arg \min_{\tau} V. \quad (3.46)$$

Slika 33. prikazuje rezultat koji se dobija optimizacijom Hermitske transformacije za QRS komplekse sa Slike 31. Primjenom optimalnih vrijednosti parametara  $\delta$  i  $\tau$  postignuta je mogućnost predstavljanja datih signala sa značajno manjim brojem Hermitskih koeficijenata u odnosu na rezultate dobijene bez optimizacije, tj. postignut je optimalan stepen kompresije.



Slika 33: Optimizovana Hermitska transformacija.

### 3.2.4. KOMPRESIVNO OČITAVANJE KORIŠĆENJEM HERMITSKOG TRANSFORMACIONOG DOMENA

Compressive Sensing (Kompresivno Očitavanje) je nova teorija u obradi signala koja zastupa stanovište da se signali mogu uspješno rekonstruisati na osnovu malog broja uzetih odbiraka, znatno manjeg nego što je definisano standardnom teoremom odabiranja [96]-[125]. Dakle, prednost u odnosu na dosadašnje metode sastoji se u mogućnosti rekonstrukcije signala iz male količine podataka (odbiraka). Ovo je takođe značajno i u slučaju signala pogođenog šumom koji katkad zahtijeva zanemarivanje tolike količine podataka da je klasičnim metodama rekonstrukcije teško dobiti signal vjerodostojan pravom signalu. Osim toga, kako se danas ulaže veliki trud u brzu obradu informacija, racionalno korišćenje raspoložive memorije, te brži prenos podataka na daljinu, paralelno se razvijaju i algoritmi za predstavljanje signala sa što manjom količinom podataka. Sa tim je usko povezana i rekonstrukcija signala iz dostupne količine podataka. Po tradicionalnoj Nyquist – Shannon teoremi o odabiranju, da bi se signal uspješno rekonstruisao, definisano je da frekvencija odabiranja mora biti dvostruko veća od maksimalne frekvencije signala:

$$f_s = 2f_{\max}. \quad (3.47)$$

U diskretnom slučaju važi pravilo da se signal može tačno rekonstruisati ako je broj raspoloživih odbiraka jednak dužini signala.

Teorija o Komprimovanom Očitavanju unaprijedila je metod rekonstrukcije pa je koristeći se matematičkim formulama razvijenim u okviru ove oblasti moguće signal rekonstruisati iz još manje količine odbiraka u odnosu na ranije razvijene pristupe.

Compressive Sensing pristup bazira se na korišćenju dvije bitne osobine: rijetkost signala (sparsity) i nekoherentnost dostupnih mjerenja. Signal je sparse, odnosno, ima rijetku predstavu, ako se on može predstaviti u odgovarajući transformacioni domen sa samo nekoliko značajnih koeficijenata, dok su ostali 0 ili se mogu zanemariti. Kako EKG signali koji su predmet analize, imaju kompaktnu/rijetku predstavu u Hermitskom transformacionom domenu, to se procedure optimizacije i pronalaska najrjeđe predstave signala svode na primjenu Compressive Sensing teorije na Hermitsku transformaciju.

Pretpostavimo da na raspolaganju imamo svega  $M_R$  odbiraka. Broj svih odbiraka signala je  $M$  i važi  $M_R \ll M$ . Za  $M_R$  važi relacija:

$$M_R = \Omega \hat{QRS}, \quad (3.48)$$

gdje je  $\hat{QRS}$  signal predstavljen u neki transformacioni domen, u ovom slučaju, Hermitski, dok je  $\Omega$  matrica mjerenja dimenzije  $M_R \times M$ . Izraz koji opisuje dostupne odbirke u Hermitskom domenu [98], [103], [106] je:

$$M_R = \mathbf{H}C, \quad (3.49)$$

gdje  $\mathbf{H}$  predstavlja matricu inverzne Hermitske transformacije dimenzije  $M \times N, N \leq M$ , a  $C$  je vektor Hermitskih koeficijenata.  $N$  je broj Hermitskih funkcija korišćenih u aproksimaciji.

Rješenjem sistema od  $M$  jednačina (koliko ima odbiraka signala) sa  $M_R$  nepoznatih (koliko je dostupnih odbiraka) rekonstruisali bi originalni signal. Međutim, rješenja ima beskonačno mnogo, što dovodi do velikih računa i neodređenosti. Zbog toga se koristi prednost Hermitskog transformacionog domena u kom se ovakvi signali mogu vjerodostojno predstaviti sa svega nekoliko nenultih koeficijenata. U okviru ovog domena traži se najrjeđa moguća predstava signala pomoću optimizacionih algoritama. Sparsity odnosno rijetkost signala, mjeri se pomoću  $\ell_0$ -norme. U slučaju kada se rješenje traži pomoću iterativnih minimizacionih algoritama kao u ovom slučaju, primjenjuje se  $\ell_1$ -norma (3.50) [98], [106]:



$$\min \|C\|_{\ell_1}. \quad (3.50)$$

Da bi se došlo do rješenja prethodne jednačine potrebno je izračunati Hermitsku transformaciju za slučaj  $M_R$  raspoloživih odbiraka. U tom cilju, signal iz kog se rekonstruiše originalni signal opisaće se sljedećom jednačinom:

$$QRS_R = \begin{cases} M_R(q), q \in \Pi \\ 0, q \notin \Pi \end{cases}. \quad (3.51)$$

Hermitska transformacija ovih odbiraka računa se u oblasti njihove definisanosti  $\Pi$ , pa je

$$C_R = H_{\Pi} M_R, \quad (3.52)$$

gdje je  $H_{\Pi}$  matrica Hermitske transformacije raspoloživih odbiraka izračunata pomoću  $N$  Hermitskih funkcija, a  $N$  je manje od ukupnog broja odbiraka  $M$  koliko, u stvari, sadrži signal. Poređenjem matrica  $H_{\Pi}$  i  $H$  zaključuje se da matrica  $H_{\Pi}$  sadrži isključivo kolone matrice  $H$  koje pripadaju tačkama iz skupa  $q \in \Pi$ . Koeficijente Hermitske ekspanzije raspoloživih odbiraka možemo izraziti i u zavisnosti od Hermitskih funkcija:

$$C_R = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \frac{HF_n(q_m)}{[HF_{M-1}(q_m)]^2} QRS_R(q), n = 0, \dots, M-1. \quad (3.53)$$

U narednom koraku,  $C_R$  se poredi sa određenim pragom pa se u vektor pozicija koeficijenata kojim je signal predstavljen kao rijedak u Hermitski transformacioni domen, smještaju samo vrijednosti koje su iznad praga [103]:

$$Pozicije = \arg \{C_R > Prag\}. \quad (3.54)$$

Vrijednosti Hermitskih koeficijenata u pozicijama određenim pomoću (3.54) dobijaju se rješenjem:

$$QRS_R = CS \cdot C_R, \quad (3.55)$$

gdje je  $CS$  Compressive Sensing matrica koja se dobija pomoću inverzne Hermitske transformacije čije su kolone vrijednosti iz vektora *Pozicije* a redovi raspoloživi odbirci. Sada se rješenje problema rekonstrukcije signala iz mnogo manjeg broja odbiraka od broja predviđenog za tačnu rekonstrukciju klasičnim metodama dobija jednačinom:

$$C_R = (CS^* CS)^{-1} CS^* QRS_R. \quad (3.56)$$

## 4. TEORIJA O MAŠINAMA POTPORNIH VEKTORA (SUPPORT VECTOR MACHINES)

Kompresija EKG signala i njihova klasifikacija, zauzimaju značajno mjesto u istraživanjima koja se tiču biomedicinskih signala. Budući da se, u praksi, obično radi sa velikom količinom podataka, odnosno EKG signalima registrovanim kroz duži vremenski period, jasna je potreba za predstavljanjem signala u komprimovanom obliku radi bržeg prenosa, efikasnog skladištenja i tačne analize. Ako bi se EKG signal vjerodostojno mogao predstaviti pomoću male količine podataka, njihova analiza od strane kardiologa ne bi više bila toliko zahtjevan zadatak a smanjena bi bila i vjerovatnoća greške. Osim prednosti koju kompresija pruža u pogledu lakše i brže analize signala, ona je značajna i za njihovu klasifikaciju. Signali predstavljeni pomoću nekoliko značajnih i karakterističnih koeficijenata su lakše razdvojivi i njihova klasifikacija postaje brža zbog smanjene količine podataka. Klasifikacija signala pomoću kompjuterskih algoritama bila bi neizmjerena pomoć odjeljenju za kardiologiju za brzo i tačno uspostavljanje dijagnoze pacijenata.

Prvi korak za klasifikaciju EKG signala predstavlja faza predobrade koja podrazumijeva pripremu signala za dalju analizu. U okviru ove faze, signali prolaze kroz filter radi odstranjenja komponente šuma koja je prisutna kod ove vrste signala. Ujedno, signali se predstavljaju u neki od transformacionih domena koji može obezbijediti kompaktnu predstavu signala sa svega nekoliko nenultih koeficijenata. Osim toga, ako imamo dovoljnu količinu karakterističnih podataka kojim se opisuje određena vrsta podataka, moguće je usvojiti takozvani šablon. Šablon bi bio formiran pomoću srednje vrijednosti svih oblika koji pripadaju datoj vrsti podataka i svaki ulazni podatak koji je potrebno klasifikovati poredio bi se sa usvojenim šablonom. Odluka o tome da li ulazni podaci pripadaju određenoj vrsti, donosila bi se na osnovu njihove sličnosti sa šablonom predstavnikom te vrste.

Kako je riječ o klasifikaciji, u daljem tekstu, umjesto "klasifikacije signala na različite vrste podataka", govoriće se o razdvajanju (klasifikaciji) signala na različite klase.

U narednom koraku, signal je spreman za ekstrakciju karakteristika (features) koje će signal predstaviti najvjerodostojnije. Pošto je cilj rada predstavljanje algoritma za kompresiju i klasifikaciju EKG signala, a kako se kao najpovoljniji domen za kompresiju EKG signala usvojio Hermitski transformacioni domen, to su i analizirani ulazni podaci klasifikatora iz istog domena.

Uopšteno gledano, karakteristike moraju da budu odabrane tako da predstavljaju specifične osobine klase signala kojoj pripadaju, te da se na osnovu njih signali mogu razdvojiti. Upravo

je odabir karakteristika najznačajniji za razvoj dobrog klasifikatora. Preveliki broj karakteristika kojim se opisuje signal dovodi do većih računarskih zahtjeva u pogledu računanja i dužeg vremena potrebnog za analizu podataka, što je u suprotnosti sa ciljem istraživanja. Sa druge strane, mali broj karakteristika može dovesti do pogrešne klasifikacije s obzirom da manja količina podataka znači i manje karakteristika, specifičnih predstavnika klase. Međutim, i da se u analizu uključi čitava informacija koju nosi signal, to će dovesti ne samo do neracionalnih računarskih zahtjeva i dužeg vremena klasifikacije, već će u analizu najvjerojatnije biti uključene i komponente šuma koje mogu da izazovu pogrešnu klasifikaciju. Zbog toga je potrebno naći kompromis između računarskih zahtjeva, uključujući i vrijeme potrebno za analizu podataka, i tačnosti klasifikacije.

Kad se govori o karakteristikama, moguća je klasifikacija na tri glavne vrste [95]:

- vremenske - podrazumijevaju vremenske specifičnosti signala i značajne su za klasifikaciju EKG signala. U njih se ubrajaju RR interval koji je sastavni dio gotovo svake analize EKG signala, sve statistike koje se odnose na RR interval (srednja vrijednost, standardna devijacija), frekvencija rada srca, vremenski intervali i segmenti među karakterističnim talasima EKG signala, i druge karakteristike sličnog tipa.
- morfološke – amplitude talasa (posebno R i T talasa), koeficijenti ekspanzije u određene transformacione baze, i druge.
- statističke – spektar signala (dobijen iz analize EKG signala pomoću DFT), energija QRS kompleksa, srednja vrijednost, varijansa, i drugi statistički parametri.

Odabir vrste karakteristika uključene u analizu zavisi od oboljenja koje se istražuje. Ponekad će korišćenje samo vremenskih ili samo morfoloških karakteristika biti dovoljno. Međutim, dešava se kod određenih oboljenja, na primjer, da su EKG signali zdravih osoba i osoba kod kojih postoji poremećaj srčane aktivnosti, slični. Stoga, korišćenje samo morfoloških karakteristika neće omogućiti njihovo razdvajanje na klase kojim pripadaju. Zbog toga je u većini slučajeva potrebno uključiti dodatne karakteristike i napraviti njihovu optimalnu kombinaciju.

Primjera radi, za detekciju atipičnih talasa, dovoljna je analiza promjena u ritmu EKG signala. Međutim, za detaljniju klasifikaciju samih atipičnih talasa, potrebno je razmatrati dodatne karakteristike kao što su širina i amplituda QRS kompleksa [15]. Sa druge strane, za detekciju prestanka disanja u toku sna dovoljno je poznavati vremenske karakteristike signala [120].

Osim samog odabira karakteristika, moguće je napraviti i odgovarajuću kombinaciju pristupa: u literaturi se za klasifikaciju atipičnih talasa predlaže korišćenje karakteristika dobijenih kombinacijom koeficijenata DFT, DWT i konačno, Hermitske transformacije [15]. Fourier-ova transformacija se uglavnom predlaže zbog povoljnosti za odstranjenje komponenata koje pripadaju šumu, a Hermitska zbog mogućnosti da pruži kompaktnu predstavu signala.

Dakle, za ekstrakciju karakteristika EKG signala postoji više pristupa. Ovi pristupi se mogu klasifikovati u tri glavne kategorije:

- heuristički pristup – najbrži pristup koji se primjenjuje kad nismo u mogućnosti da ustanovimo određene zakonitosti u ponašanju signala u vremenu. Tada se oslanjamo, obično, na pretpostavku da nam je rješenje poznato (npr. da signal pripada zdravom ili bolesnom pacijentu), pa se vraćamo unazad u pokušaju da iz datog zaključka izvučemo neophodne podatke, ili ispitujemo signal po signal formirajući na taj način skup karakteristika za klasifikaciju,
- pristup koji se bazira na statističkim podacima o signalu,
- pristup koji se bazira na ekstrakciji karakteristika iz signala u transformacionom domenu.

Često se pravi i kombinacija informacija dobijenih iz određenog tipa karakteristika signala i koeficijenata ekspanzije u transformacionom domenu, kao na primjer, morfološke karakteristike i koeficijenti Hermitske transformacije [121].

U dosadašnjem radu je predstavljena kompresija EKG signala pomoću Hermitske transformacije, pa će se i klasifikacija EKG signala predstavljena u daljem radu bazirati na korišćenju Hermitske transformacije, odnosno, Hermitskih koeficijenata kao ulaznih karakteristika klasifikatora. Pomoću Hermitske transformacije razni oblici QRS kompleksa predstavljeni su u vidu nekoliko karakteristika, a da je pri tom sačuvana čitava informacija koju nose. Ovo predstavlja izuzetnu povoljnost koja zadovoljava ciljeve obrade signala. Optimizovana Hermitska transformacija predstavljena u prethodnom poglavlju omogućava odabir određenog broja najjačih koeficijenata ekspanzije kao dobrih predstavnika signala. Na ovaj način, manji koeficijenti koji obično predstavljaju komponente šuma i beznačajni su za analizu, isključeni su iz razmatranja pa se dobija rezultujuća predstava sa dodatno smanjenim brojem koeficijenata. QRS kompleksi razmatrani u radu, detektovani su pomoću R talasa. QRS kompleksom se smatra sve što se nalazi unutar prozora širine 60 odbiraka centriranog na R tački. QRS kompleksi opisani su Hermitskim funkcijama koje su prilagođene njima

pomoću promjenljivog parametra Hermitskih funkcija – faktora skaliranja. Poređenje Hermitskih koeficijenata omogućava razdvajanje signala na odgovarajuće klase. Tačnost klasifikacije povećava se sa povećanjem broja Hermitskih funkcija uključenih u analizu.

Kao zaključak, za odabir karakteristika koje predstavljaju signal usvaja se pravilo: odabir karakteristika mora biti takav da one sadrže čitavu informaciju signala koja omogućava njihovo jasno razdvajanje po odgovarajućim klasama, a da je pri tome broj karakteristika što manji.

Nakon što su karakteristike odabrane, one se prosljeđuju na ulaz klasifikatora.

Linearni pristupi koji su jedni od pristupa za klasifikaciju podataka, povoljni su za određeni tip podataka i do određenog stepena složenosti. Kad su u pitanju nestacionarni signali, kao što su EKG signali koji su predmet ovog istraživanja, ovaj tip obrade posjeduje ograničenja. Sa druge strane, Vještačke Neuralne Mreže su poznati klasifikator koji uspješno razdvaja podatke ali je karakterističan po strukturalnoj složenosti, zahtjeva veliku količinu podataka da bi tačna klasifikacija bila moguća, kao i složen matematički račun. Mašine Potpornih Vektora (Support Vector Machines) [126]-[138] uspješno rješavaju problem nelinearnosti podataka njihovim predstavljanjem u prostor u kom su oni linearno razdvojivi i zahtijevaju mnogo manji broj podataka za uspješnu klasifikaciju.

Hermitski koeficijenti kojim su predstavljeni signali od našeg interesa, u okviru ovog poglavlja, posmatrani su kao karakteristike značajne za njihovu klasifikaciju. Karakteristike će se označavati sa  $d_n$  gdje je  $n=1, \dots, N$ . Rezultati klasifikacije smještaće se u niz  $c_n$  gdje je  $n=1, \dots, N$ . Niz  $c_n$  može se sastojati iz isključivo dvije vrijednosti: +1 ili -1 u zavisnosti od klase kojoj ulazni koeficijenti pripadaju. U cilju predstavljanja principa rada Mašina Potpornih Vektora posmatraće se parovi  $(d_1, c_1), (d_2, c_2), \dots, (d_n, c_n)$  koji se sastoje od karakteristika  $d_n$  i niza  $c_n$ . Neka karakteristike  $d_n$  pripadaju nekom domenu  $D$ . U cilju razdvajanja ulaznih podataka na klase potrebno je pravilno izabrati hiper – ravan. Hiper – ravan u  $n$  dimenzionom prostoru predstavlja  $n-1$  dimenzioni podskup tog prostora koji ga razdvaja na nepovezane djelove. Hiper-ravan i ravan su, u suštini, isti pojmovi, ali je pojam “hiper” uveden da označi da je u pitanju ravan u višim dimenzijama. U slučaju klasifikatora dimenzije 2 (dvije klase podataka) kao što je klasifikator predstavljen u radu, hiper – ravan predstavlja liniju pa se za ulazne podatke kaže da su linearno razdvojivi.

U cilju definicije optimalne hiper – ravni potrebno je najprije definisati razdvojnu ravan:

$$w \cdot d + b = 0, \quad (3.57)$$

gdje  $w$  predstavlja normalu na ravan, a  $\frac{b}{\|w\|}$  je daljina ravni od koordinatnog početka (Slika

34.). Karakteristike koje se nalaze najbliže razdvojnoj ravni nazivaju se Potporni Vektori i to iz razloga što predstavljaju osnovu za određivanje optimalne pozicije hiper – ravni.

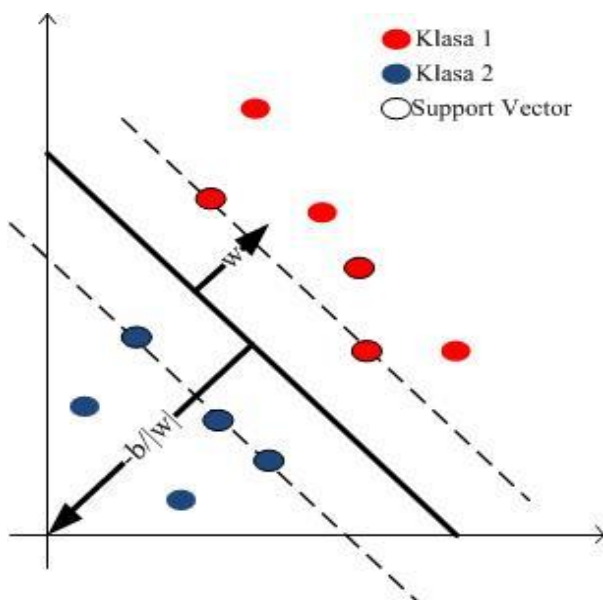
Postoji veliki broj ravni koje mogu razdvojiti klase podataka (Slika 35.), međutim, teži se pronalasku optimalne. Razdvojna ravan je optimalna ako se ona nalazi na što većoj daljini od Potpornih Vektora obje klase. U tom cilju potrebno je definisati promjenljive parametre  $w$  i  $b$ .

Budući da svaki element iz ulaznih karakteristika koji se nađe sa jedne strane razdvojne ravni pripada klasi +1, a svaki element koji pripadne površini sa suprotne strane ravni klasi -1, može se definisati set jednačina iz kojih je moguće odrediti promjenljive parametre [126]:

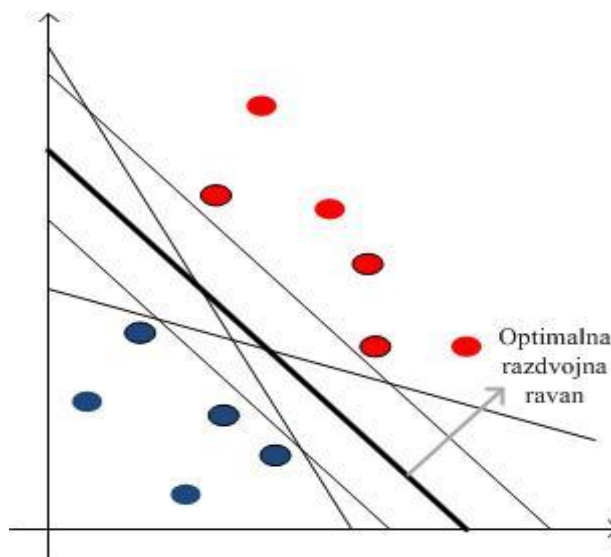
$$\begin{cases} w \cdot d_n + b \geq +1, za c_n = +1 \\ w \cdot d_n + b \geq -1, za c_n = -1 \end{cases} \quad (3.58)$$

odnosno:

$$c_n(w \cdot d + b) - 1 \geq 0, za \forall n. \quad (3.59)$$



Slika 34: Klasifikacija pomoću Mašine Potpornih Vektora.



Slika 35: Određivanje optimalne razdvojne ravni.

Daljina između najbližeg Potpornog Vektora i razdvojne ravni naziva se marginom. Fizički, marginu možemo shvatiti kao daljinu, odnosno različitost, između dvije klase. Dakle, što su klase bolje predstavljene, ili opisane, one su dalje jedna od druge. Povećanje margine je značajno za formiranje dobrog klasifikatora. Ovo proizilazi iz sljedećeg: prilikom kreiranja klasifikatora i određivanja njegovih parametara, postoji određeni broj podataka i cilj svake klasifikacije je, ne samo razdvajanje datih podataka, već i dizajniranje klasifikatora na način da svaki novi nepoznati ulaz klasifikatora bude ispravno klasifikovan. Ako je margina velika, i najkritičniji QRS kompleks koji može biti doveden na ulaz klasifikatora biće klasifikovan ispravno. Iako će se dati kompleks naći vrlo blizu razdvojne ravni, on će ipak pripasti odgovarajućoj strani ravni. Na ovaj način povećana je tačnost klasifikatora i za slučaj signala koji mogu imati zajedničkih osobina sa signalima iz obje klase.

Hiper – ravan određena maksimalnom marginom je ona koja se nalazi na sredini između dvije klase. Rastojanje među klasama izražava se jednačinom (3.60):

$$r = \frac{2}{\|w\|}. \quad (3.60)$$

Iz date jednačine se može zaključiti da se najveće  $r$  dobija kad je imenilac minimalan, odnosno [127]-[130]:

$$\min \frac{\|w\|^2}{2}, \quad (3.61)$$

pri čemu mora biti ispunjen uslov  $c_n(w \cdot d + b) - 1 \geq 0$  za  $\forall n$ .

U cilju minimizacije, uvode se Lagrange-ovi množitelji, pomoću kojih se problem minimizacije izražava jednačinom (3.62) [127]-[130]:

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{\|w\|^2}{2} - \mathcal{L}[c_n(w \cdot d_n + b) - 1] = \\
 &= \frac{\|w\|^2}{2} - \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n [c_n(w \cdot d_n + b) - 1] = , \\
 &= \frac{\|w\|^2}{2} - \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n c_n (w \cdot d_n + b) + \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n
 \end{aligned} \tag{3.62}$$

gdje je  $\mathcal{L}_n \geq 0$ , za  $\forall n$ .

Dakle,  $w$  i  $b$  moraju biti takvi da minimizuju jednačinu (3.62), a  $\mathcal{L}_n$  mora da maksimizuje istu jednačinu. Da bi se odredio par uslova, računaju se izvodi jednačine (3.62) po promjenljivim  $w$  i  $b$  i izjednačavaju se sa 0:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = 0 \Rightarrow w = \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n c_n d_n \tag{3.63}$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n c_n = 0 \tag{3.64}$$

Zamjenom uslova izraženih jednačinama (3.63) i (3.64) u (3.62) dobija se izraz [127]:

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{w^T \cdot w}{2} - \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n c_n (w \cdot d_n + b) + \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n = \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n c_n d_n^T \sum_{m=1}^N \mathcal{L}_m c_m d_m - \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n c_n \left( \sum_{m=1}^N \mathcal{L}_m c_m d_m^T d_n + b \right) + \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n = \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \mathcal{L}_n c_n d_n^T \mathcal{L}_m c_m d_m - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \mathcal{L}_n c_n \mathcal{L}_m c_m d_n d_m^T - b \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n c_n + \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n = \\
 &= -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \mathcal{L}_n \mathcal{L}_m c_n c_m d_m d_n^T + \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n = \\
 &= -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \mathcal{L}^T \mathcal{L} c_n c_m d_m d_n^T + \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n
 \end{aligned} \tag{3.65}$$

Sada se problem svodi na maksimizaciju izraza (3.65) i spada u problem konveksne kvadratne optimizacije:

$$\max_{\mathcal{L}} \left[ \sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n - \frac{1}{2} \mathcal{L}^T \mathcal{L} d_n d_m c_n c_m \right], \tag{3.66}$$

pri čemu važi  $\mathcal{L}_n \geq 0$  za  $\forall n$ ,  $\sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n c_n = 0$ .

Rješenjem jednačine (3.66) dobija se optimalna vrijednost parametra  $\mathcal{L}$ , za koju se iz jednačine (3.63) računa  $w$ .



Ako sa  $d_{sv}$  označimo sve ulazne karakteristike koje predstavljaju Potporne Vektore a za koje takođe važi uslov  $\sum_{n=1}^N \mathcal{L}_n c_n = 0$  imajući u vidu da je:

$$c_{sv} (w \cdot d_s + b) = 1 \quad (3.67)$$

dobijamo:

$$c_{sv} (\sum_{i \in S} \mathcal{L}_i c_i d_i d_{sv} + b) = 1. \quad (3.68)$$

$S$  je skup svih Potpornih Vektora klasifikatora u koji spadaju svi ulazni podaci koji zadovoljavaju uslov  $\mathcal{L}_n > 0$ . Ako jednačinu (3.68) pomnožimo da  $c_{sv}$  dobija se:

$$c_{sv}^2 (\sum_{i \in S} \mathcal{L}_i c_i d_i d_{sv} + b) = c_{sv}. \quad (3.69)$$

Budući da je  $c_{sv}^2 = 1$ , za  $c_{sv} \in \{-1, 1\}$  zamjenom u (3.69), dobija se izraz za računanje  $b$ :

$$b = c_{sv} - \sum_{i \in S} \mathcal{L}_i c_i d_i d_{sv}. \quad (3.70)$$

Dakle, sada su određeni parametri koji definišu klasifikator na bazi Mašina Potpornih Vektora.

Rješenje jednačine (3.66) može se tražiti i pomoću funkcije odlučivanja koja slijedi [127], [130]:

$$f(d) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \mathcal{L}_n c_n d_n d_m + b. \quad (3.71)$$

Čitav ovaj niz koraka sproveden je u cilju definisanja optimalnih parametara za kreiranje što tačnijeg klasifikatora. Međutim, često se dešava da uprkos ovome određeni dio podataka bude pogrešno klasifikovan, jer su podaci suviše slični da bi se razdvojili na ovaj način. Ovo se najčešće dešava u slučaju signala pogođenih šumom. Prisustvo šuma može da prouzrokuje pogrešnu klasifikaciju jer je takav signal izobličen u manjoj ili većoj mjeri. Greška klasifikacije se može tolerisati do određene granice poslije koje klasifikator gubi funkciju. Stepen tolerancije zavisi i od cilja klasifikacije.

U cilju definisanja tzv. "blage" hiper – ravni, koja dozvoljava da određena količina podataka pređe u suprotnu klasu, uvodi se promjenljiva  $\mathcal{E}$  koja predstavlja broj pogrešnih klasifikacija i omogućava određivanje optimalnih parametara sa nekim stepenom tolerancije greške. Sada se set jednačina (3.58) može preformulisati u novi set [127], [130]:

$$\begin{cases} w \cdot d_n + b \geq +1 - \mathcal{E}_n, \text{ za } c_n = +1 \\ w \cdot d_n + b \geq -1 + \mathcal{E}_n, \text{ za } c_n = -1 \end{cases} \quad (3.72)$$

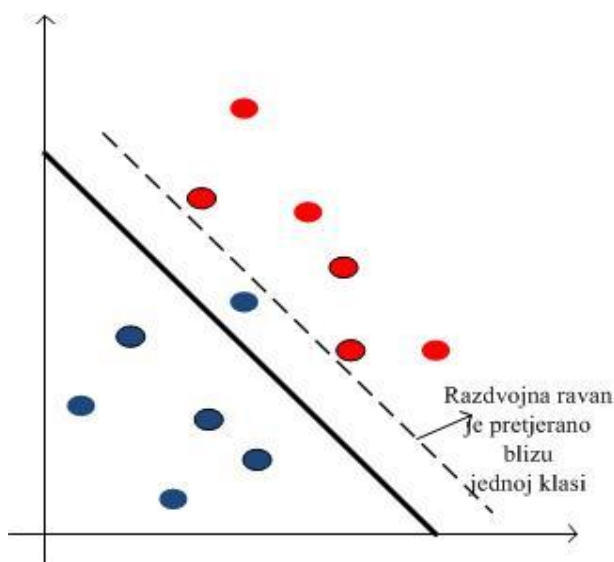
pri čemu mora biti ispunjen uslov  $\xi_n \geq 0, za \forall n$ . Parametar  $\xi_n$  je 0 u slučaju linearno razdvojivih podataka. Problem minimizacije sada glasi :

$$\min \frac{\|w\|}{2} + K \sum_{n=1}^N \xi_n, \quad (3.73)$$

pod uslovom da je zadovoljen set jednačina (3.72). Konstanta  $K$  određuje kompromis između veličine margine i parametra  $\xi_n$ . Sada se uslovima za rješenje Lagrange-ove jednačine dodaje još jedan uslov:

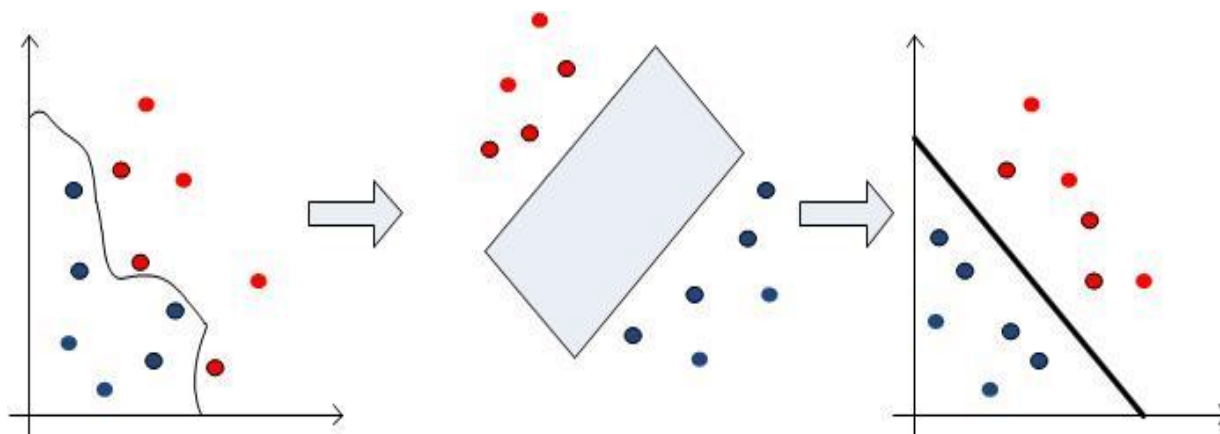
$$\frac{\partial L}{\partial \xi} = 0 \Rightarrow K = \mathcal{L}_n + \xi_n. \quad (3.74)$$

Zamjenom uslova (3.63), (3.64) i (3.74) u Lagrange-ovu jednačinu (3.62), dobija se nova jednačina oblika kao jednačina (3.65) ali sa dodatnim uslovom da je  $\xi_n \geq 0, za \forall n$ . U sljedećem koraku rješava se problem maksimizacije dat jednačinom (3.66), pod novim uslovom:  $\mathcal{L}_n$  sada može imati bilo koju vrijednost ali isključivo iz opsega  $[0, K]$ , odnosno važi  $0 \leq \mathcal{L}_n \leq K$  za  $\forall n$ . Pod istim uslovom računaju se i novo  $w$  i  $b$ . Na Slici 36. prikazan je značaj uvođenja parametara  $\xi$  i  $K$ . Dakle, često je moguće tolerisati određeni stepen greške da bi primijenili optimalnu marginu i imali dobar klasifikator.



Slika 36: SVM sa blažom razdvojnou ravni.

Ako podaci nisu linearno razdvojivi, onda se linearnom ravni neće postići njihovo tačno razdvajanje. U tom slučaju potrebno je podatke prenijeti u prostor veće dimenzije gdje su oni razdvojivi kao što je prikazano na Slici 37.



**Slika 37:** Prenos podataka u prostor veće dimenzije u cilju pronalaska optimalne razdvojne ravni.

Ovo je moguće ostvariti ako proizvod  $d_n^T d_m$  iz prethodnih jednačina zamijenimo kernel funkcijom  $K(d_n, d_m)$  [132], [133]. Budući da se traži optimalna razdvojna ravan, podrazumijeva se primjena linearne kernel funkcije.

Performanse klasifikatora moguće je izračunati analitički uz pomoć podataka predstavljenih tabelom 1. Ako imamo, na primjer, QRS komplekse koje želimo da klasifikujemo na one koji pripadaju zdravim osobama i one koji pripadaju osobama kod kojih je prisutan neki vid poremećaja srčane aktivnosti, onda će se pozitivnom smatrati svaka detekcija abnormalnosti, a negativnom detekcija QRS kompleksa koji pripadaju zdravim osobama.

Detektovano \ Stvarno	Pozitivno	Negativno	Ukupno
Pozitivno	TP	FP	TP+FP
Negativno	FN	TN	FN+TN
Ukupno	TP+FN	FP+TN	TP+FP+FN+TN

**Tabela 1:** Tabela rezultata klasifikacije.

Sa T je označena ispravna detekcija, a sa F pogrešna. Pa vodeći se ovim oznakama, TP označava tačnu detekciju nepravilnih QRS kompleksa, TN tačnu detekciju normalnih QRS kompleksa, a FP i FN pogrešnu klasifikaciju nepravilnih i pravilnih oblika QRS kompleksa, respektivno.

Uz pomoć ovih podataka moguće je izračunati sljedeće osobine klasifikatora:

- efikasnost

$$Efikasnost = \frac{TP + TN}{Ukupno} 100\% , \quad (3.75)$$

- stepen tačnih pozitivnih detekcija

$$\frac{TP}{Ukupno\_bolesnih} 100\% , \quad (3.76)$$

- stepen pogrešnih pozitivnih detekcija

$$\frac{FP}{Ukupno\_zdravih} 100\% . \quad (3.77)$$

Sa “Ukupno“ označen je ukupan broj svih QRS kompleksa. Stepenn pogrešnih pozitivnih detekcija utiče na efikasnost klasifikatora. Što je ovaj parametar manji, klasifikator je tačniji. U radu je predstavljen klasifikator koji ulazne podatke klasifikuje na dvije klase. Međutim, moguća je i klasifikacija na više klasa. Ovo predstavlja takozvani “jedan prema svima“ princip klasifikacije. U tom cilju postoji i posebna vrsta Mašina Potpornih Vektora koja je u literaturi poznata pod nazivom “jednoklasne Mašine Potpornih Vektora“ [132]. Kako je za pravilnu klasifikaciju potrebno prikupiti dovoljnu količinu podataka koji će svaku klasu predstaviti pomoću njenih najboljih karakteristika i učiniti je jasno razdvojom od ostalih klasa, što je u praksi obično teško postići, ovaj tip klasifikatora pruža mogućnost izdvajanja jedne klase od skupa raspoloživih podataka. Dakle, na ovaj način moguće je izdvojiti onu klasu za koju imamo najviše karakteristika. I zaista, ako bi iz velikog skupa EKG signala mogli izdvojiti one signale koji pripadaju zdravim osobama, mogli bi zaključiti koji su pacijenti zdravi ali i koji to nisu. Ovo predstavlja značajnu prednost, naročito kad je u pitanju veliki broj pacijenata, jer bi na taj način sve zdrave pacijente mogli isključiti iz analize i nastaviti ispitivanje ostalih pacijenata, što bi značajno smanjilo obim posla. Isto bi se postiglo i sa detekcijom pacijenata kod kojih postoji neka vrsta poremećaja srčane aktivnosti – ostali pacijenti od ispitivanih su zdravi. Osim toga, jednoklasne Mašine Potpornih Vektora mogle bi poslužiti i za traženje određenog oboljenja među bolesnim pacijentima pod uslovom da se prikupio dovoljan broj podataka koji karakterizuju dato oboljenje.

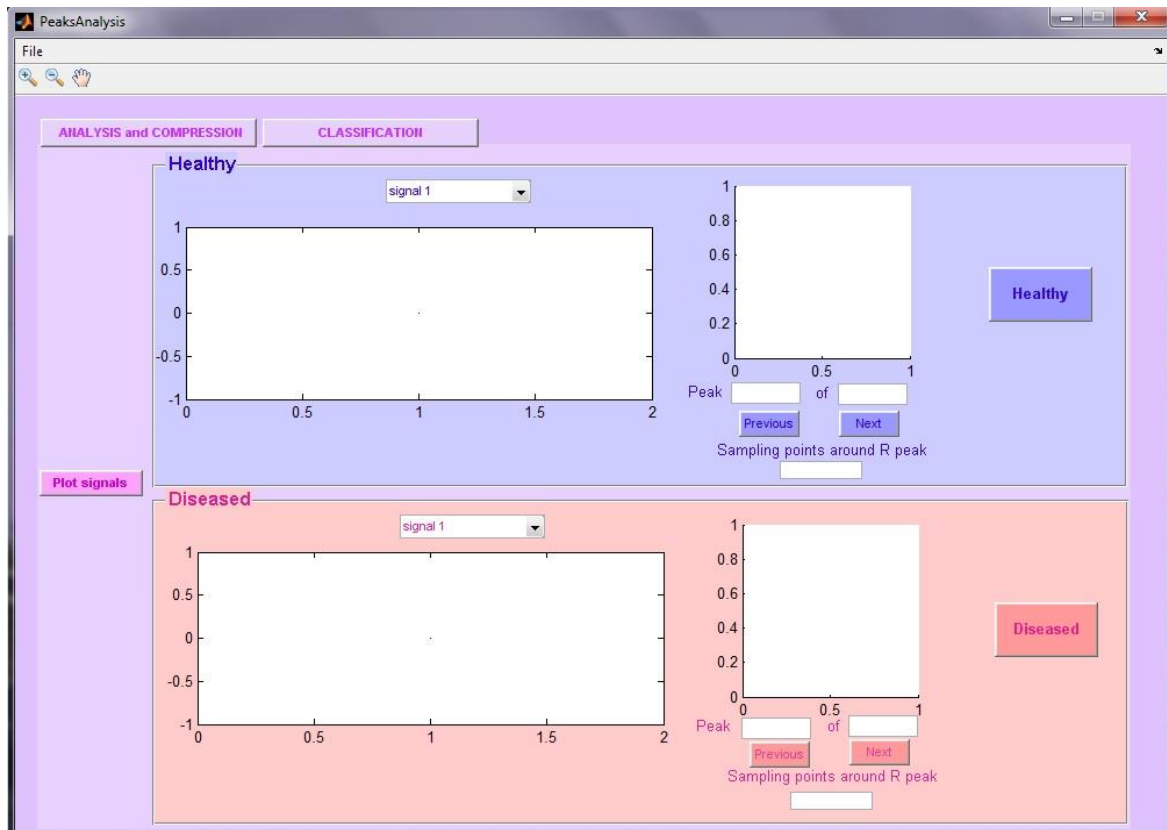
## **5. VIRTUELNI INSTRUMENT ZA PREDSTAVLJANJE, ANALIZU I KLASIFIKACIJU EKG SIGNALA**

U okviru ovog poglavlja biće predstavljen instrument, koji služi za analizu EKG signala i njihovih QRS kompleksa, a koji je kreiran u MATLAB okruženju [95]. Takođe, biće prikazani i diskutovani rezultati dobijeni kompresijom signala, kao i rad klasifikatora QRS kompleksa kojim se razvrstavaju kompleksi koji pripadaju zdravim pacijentima i oni koji pripadaju pacijentima sa nekim vidom poremećaja srčane aktivnosti. U okviru razvijenog virtuelnog instrumenta inkorporirani su algoritmi koji se baziraju na teorijskim principima opisanim kroz prethodna poglavlja. Instrument predstavlja jednostavan korisnički interfejs, koji omogućava jednostavnu analizu signala uz mogućnost određivanja značajnih parametara od strane samog korisnika. Naime, u sklopu instrumenta implementirana je procedura lociranja i izdvajanja QRS kompleksa, njihove kompresije i klasifikacije. Obezbijeđeno je predstavljanje signala u tri različita transformaciona domena u cilju njihovog poređenja i odabira optimalnog. Ovo je uglavnom implementirano da bi se dokazale dosadašnje tvrdnje da Hermitski transformacioni domen pokazuje značajne prednosti u analizi i predstavljanju EKG signala i njihovih QRS kompleksa.

Vrijedi napomenuti da ovaj virtuelni instrument zapravo predstavlja grafički korisnički interfejs, odnosno GUI (Graphical User Interface).

Izgled dizajniranog instrumenta dat je na Slici 38 [95].

## Virtuelni instrument za analizu, kompresiju i klasifikaciju EKG signala



Slika 38: Virtuelni instrument za analizu i klasifikaciju EKG signala.

Instrument se sastoji iz dva panela: prvi panel “ANALYSIS and COMPRESSION” koji služi za analizu EKG signala i analizu i kompresiju njihovih QRS kompleksa, dok drugi “CLASSIFICATION” služi za klasifikaciju signala na one koji pripadaju zdravim osobama i na one koji pripadaju osobama sa nekim srčanim oboljenjem (Slika 39.).



Slika 39: Paneli.

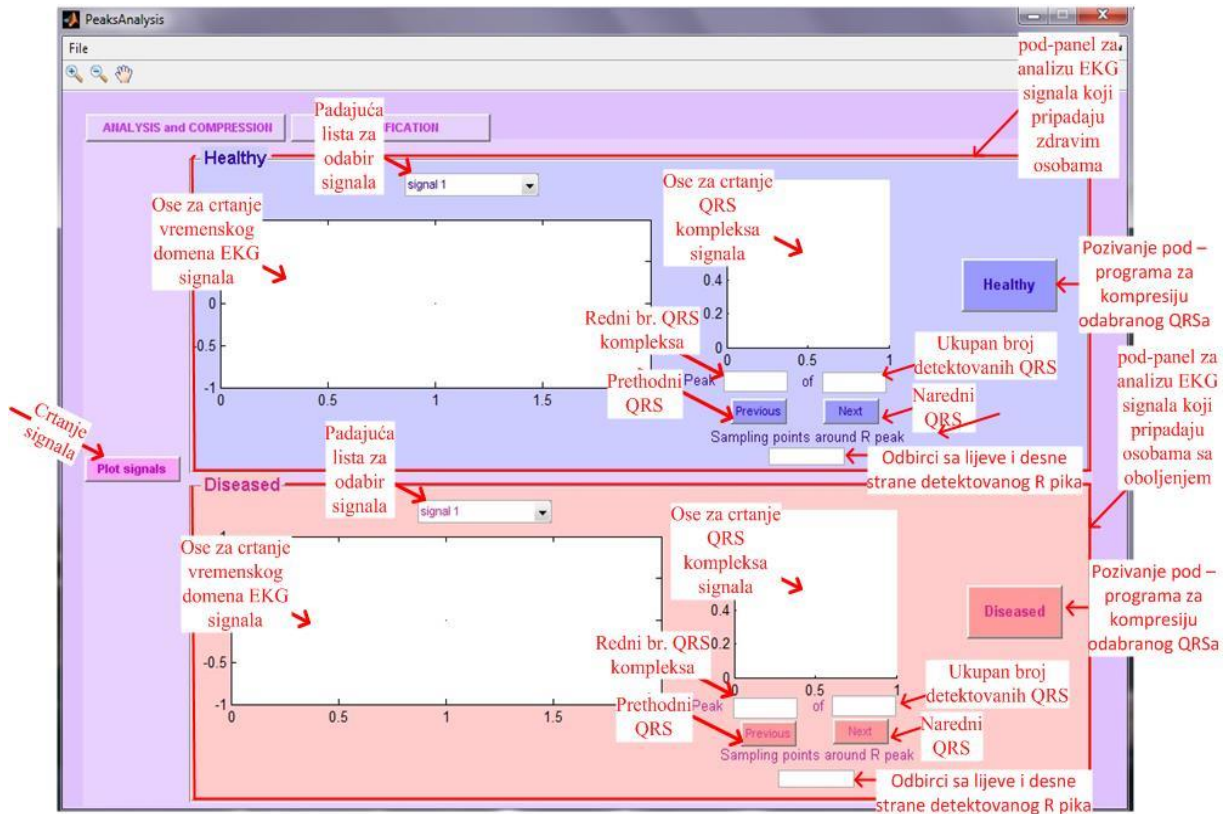
### 5.1. ANALIZA EKG SIGNALA I KOMPRESIJA NJIHOVIH QRS KOMPLEKSA

Panel za analizu EKG signala i njegovih QRS kompleksa prikazan je na Slici 40. Na istoj slici označene su funkcije svake komponente panela. Dakle, panel se sastoji iz dva manja panela: “Healthy” sadrži podatke o EKG signalima i njihovim QRS kompleksima zdravih osoba i “Diseased” sadrži podatke o signalima i QRS kompleksima osoba kod kojih je prisutan neki vid poremećaja srčane aktivnosti. Različite boje korišćene su u cilju vizuelnog izdvajanja grupa signala i rezultata analize. Kao što se sa Slike 40. može primjetiti oba manja panela sadrže po jedan padajući meni koji služi za odabir željenog signala iz grupe signala

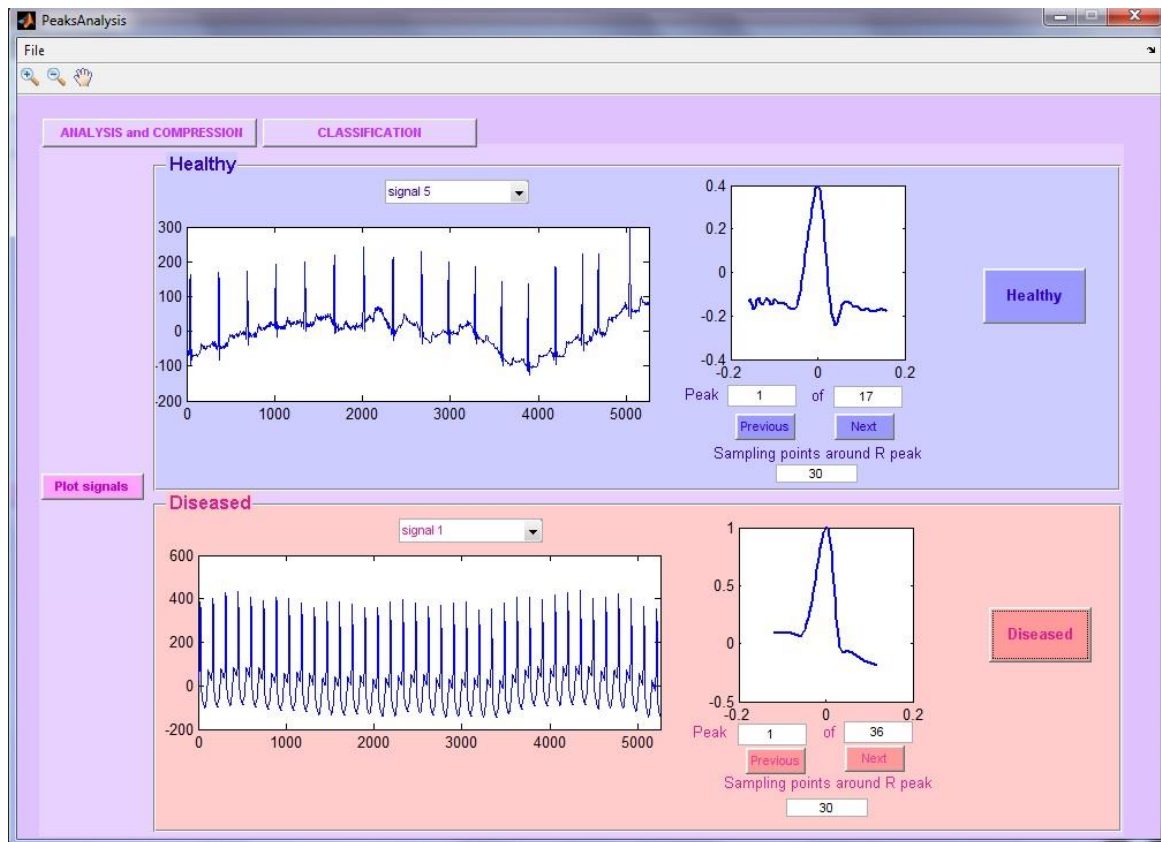
koji pripadaju odgovarajućoj klasi. Osim toga panel sadrži ose za prikaz vremenskog oblika EKG signala i ose unutar kojih se iscertava QRS kompleks. Usvojeno je da prosječna širina kompleksa iznosi 60 odbiraka, međutim, ovaj parametar može odabrati korisnik tako da obuhvati čitav kompleks ili pak samo kompleks. Ovo je implementirano upravo zbog nepravilnih QRS kompleksa koji mogu imati trajanje duže ili kraće od normalnog. Širina kompleksa određuje se u odnosu na R tačku, tj. vrijednost koju korisnik unosi predstavlja polovinu širine QRS kompleksa (uzima se isti broj odbiraka sa lijeve i sa desne strane R tačke). Željenu R tačku, odnosno, QRS kompleks bira korisnik pritiskom na dugme "Next" ili "Previous". Izborom opcija/tastera "Healthy" i "Diseased" pozivaju se programi za analizu odabranih QRS kompleksa (zdravih i oboljelih, respektivno) iz odgovarajuće klase signala.

Na Slici 41. prikazan je izgled panela za po jedan slučajno odabran signal iz obje klase. Istaknuti su prvi QRS kompleksi signala, pri čemu je u analizu uzet u obzir dio signala od 30 odbiraka sa svake strane detektovanog R talasa.

## Virtuelni instrument za analizu, kompresiju i klasifikaciju EKG signala



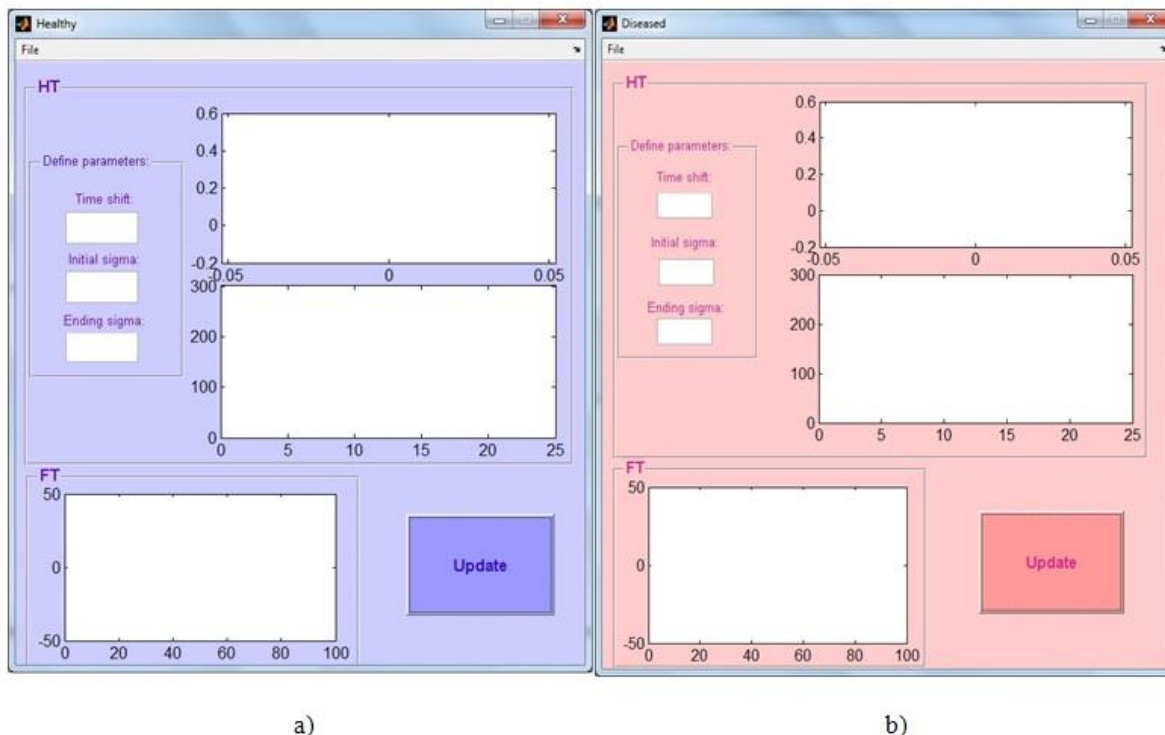
Slika 40: Panel za analizu i kompresiju EKG signala i njegovih QRS kompleksa.



Slika 41: Rad panela za analizu i kompresiju EKG signala i njegovih QRS kompleksa.



Odabrani QRS kompleksi analiziraju se u sklopu podprograma kreiranih u tu svrhu, kojima se implementira Hermitska transformacija, u cilju poređenja i pronalaženja optimalnih parametara pomoću kojih se postiže najbolja kompresija kompleksa. Prozori koji se otvaraju (Slika 42.) razlikuju se po bojama u zavisnosti od toga koja klasa signala se analizira (“Healthy” – zdravi, “Diseased” –sa oboljenjem ili anomalijom), isto kao što su klase signala izdvojene i na glavnom panelu.



**Slika 42:** Podprogrami za analizu odabranih QRS kompleksa: a) Prozor za analizu QRS kompleksa koji pripadaju signalima zdravih osoba, b) Prozor za analizu QRS kompleksa koji pripadaju signalima osoba sa srčanom anomalijom.

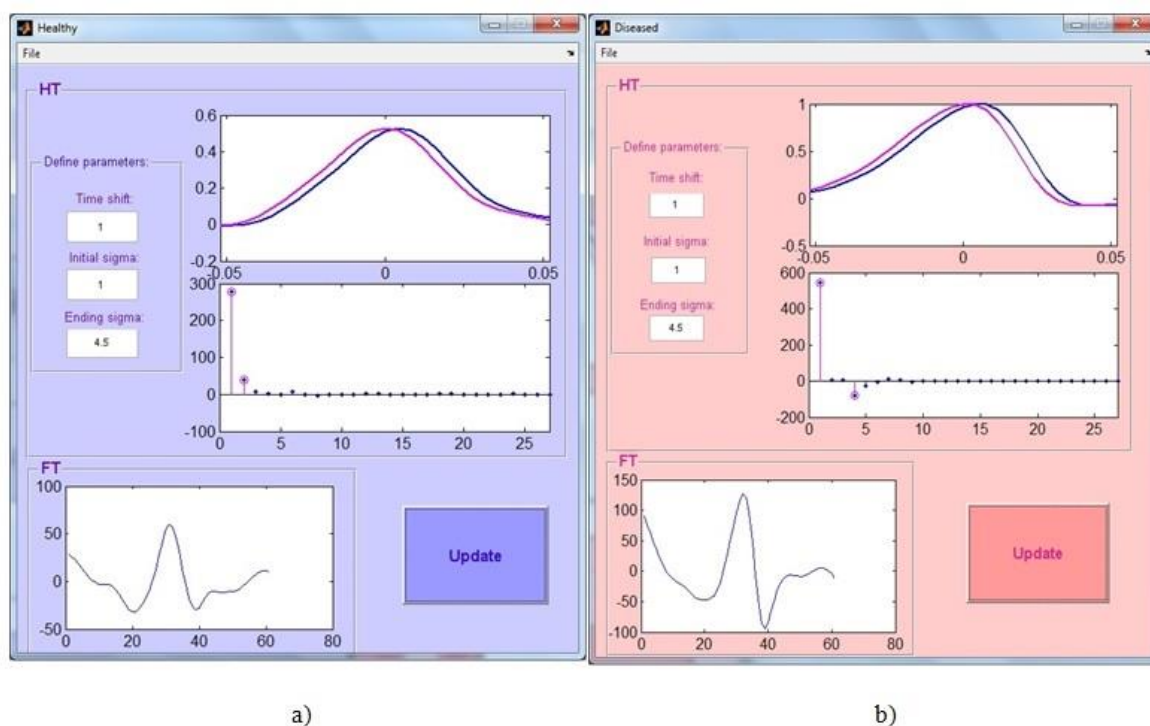
Kao što se sa Slike 42. vidi oba prozora sadrže po dva panela. Ova dva panela služe da istaknu dvije vrste analize QRS kompleksa. Panel HT predstavlja analizu kompleksa u Hermitskom transformacionom domenu. Sastoji se iz dijela za korisničku definiciju parametara Hermitske transformacije u cilju njene optimizacije, kao što je predstavljeno u trećem poglavlju. Naime, biraju se tri parametra: vremenski pomjeraj, početna vrijednost faktora skaliranja i maksimalna vrijednost faktora skaliranja. Vrijedi napomenuti da se vrijednosti faktora skaliranja biraju iz određenog opsega što je ranije definisano jednačinom (3.43). Odabir faktora skaliranja vrši se na osnovu direktnog pretraživanja optimalnih granica ovog parametra. Naime, vrijednost faktora skaliranja se varira sve dok se ne dobije najmanja koncentracija Hermitskih transformacionih koeficijenata. Granice pri kojima se postiže ovaj cilj predstavljaju granice faktora skaliranja.

Panel HT sadrži i grafike za iscrtavanje dobijenih rezultata, pri čemu gornji grafici služe za prikazivanje odabranog dijela signala u vremenskom domenu, dok donji grafici prikazuju Hermitske koeficijente odabranog kompleksa.

Panel FT implementiran je u cilju poređenja sa Fourier-ovim transformacionim domenom.

Pritiskom na dugme “Update” primjenjuju se izmjene i dobijaju se novi rezultati, bilo da su u pitanju izmjene parametara Hermitske transformacije ili pak samog QRS kompleksa.

Ilustracija rada predstavljenih podprograma za slučajno odabrane QRS komplekse prikazana je na Slici 43.



Slika 43: Analiza QRS kompleksa.

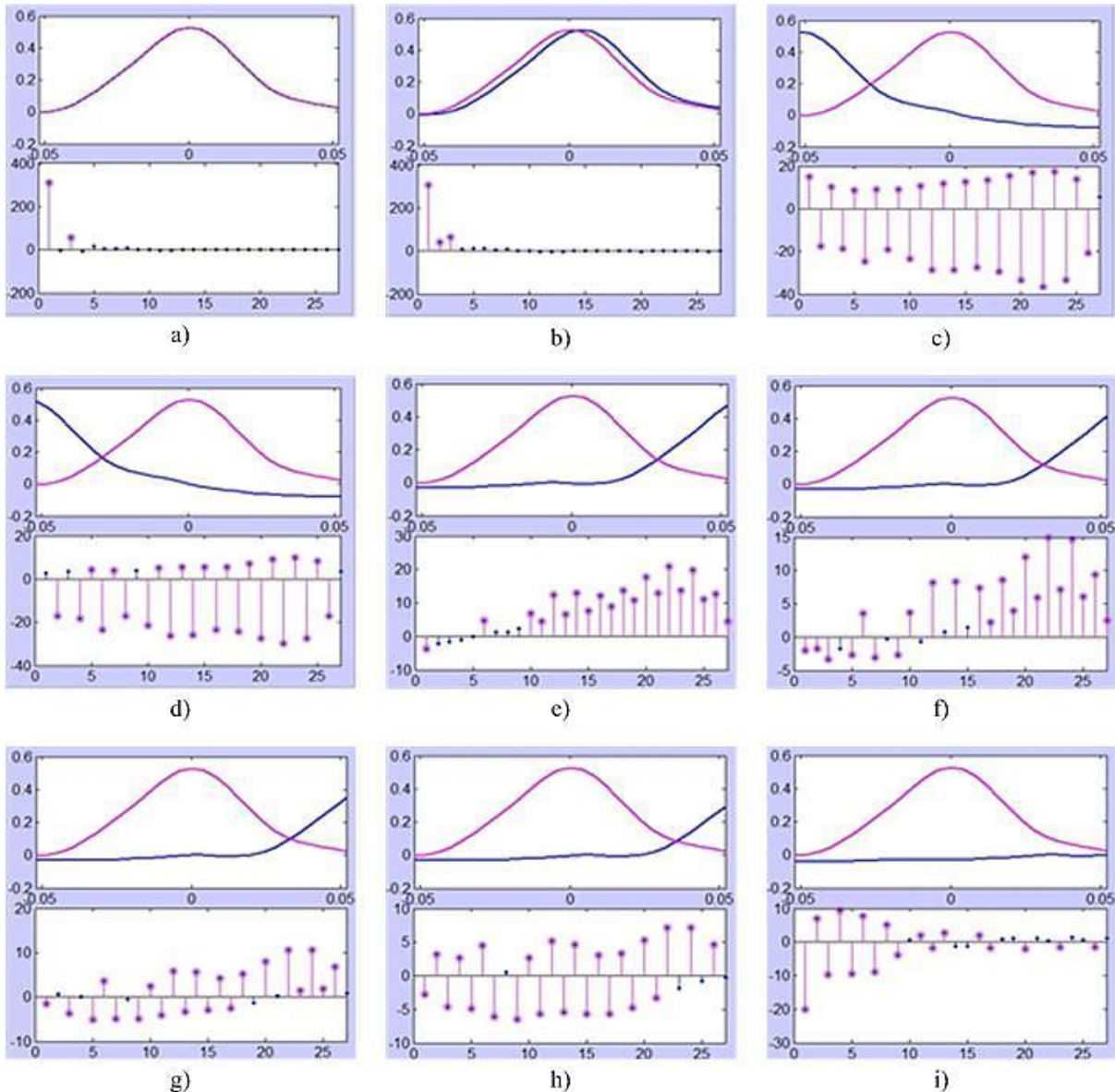
Kao što se sa Slike 43. vidi, u okviru panela “HT” prikazani su odabrani QRS kompleksi u Hermitskom transformacionom domenu (gornji grafik) pri čemu je plavom linijom predstavljen QRS kompleks u datom domenu, dok je ljubičastom iscrtan isti kompleks u istom domenu samo pomjeren u odnosu na prethodni sa određenim vremenskim pomjerajem. U okviru istog panela, na donjem grafiku, prikazani su koeficijenti Hermitske transformacije istog QRS-a. Ljubičastom bojom istaknuti su najjači koeficijenti, dok se ostali zanemaruju pri čemu je relativna greška manja od 10%.

U daljem radu, biće dati rezultati primjene Hermitske transformacije na razne QRS komplekse, pri različitim vrijednostima parametara. Cilj je da se obezbijedi najrjeđa moguća

predstava QRS kompleksa, odnosno, da se on prikaže sa što manjim brojem koeficijenata, a da se pri tom sačuva čitava informacija o signalu. Stoga su u nastavku predstavljeni rezultati primjene različitih vrijednosti parametara i uticaj njihove promjene na predstavu signala u Hermitskom transformacionom domenu.

- Uticaj vremenskog pomjeraja na Hermitsku predstavu QRS kompleksa

Na Slici 44. je prikazan uticaj promjene vremenskog pomjeraja signala na koeficijente kojim je predstavljen QRS kompleks u Hermitski domen. Naime, po pravilu, prvi korak je pronalaženje početne i krajnje vrijednosti faktora skaliranja za koje se dobija najrjeđa predstava signala. Za vrijednosti faktora skaliranja odabrane u primjeru prikazanom na slici, postiže se predstavljanje 60 odbiraka signala (QRS kompleks) sa svega dva značajna Hermitska koeficijenta. Ovaj rezultat postignut je za vrijednost vremenskog pomjeraja pri kojoj se kompleks i funkcija poklapaju (Slika 44a.)). Ukoliko bismo pomjerali signal bilo u lijevo bilo u desno, u odnosu na odabrani optimalni položaj kada se signal najbolje poklapa sa Hermitskim funkcijama, povećava se broj koeficijenata potrebnih za tačno predstavljanje datog QRS kompleksa.



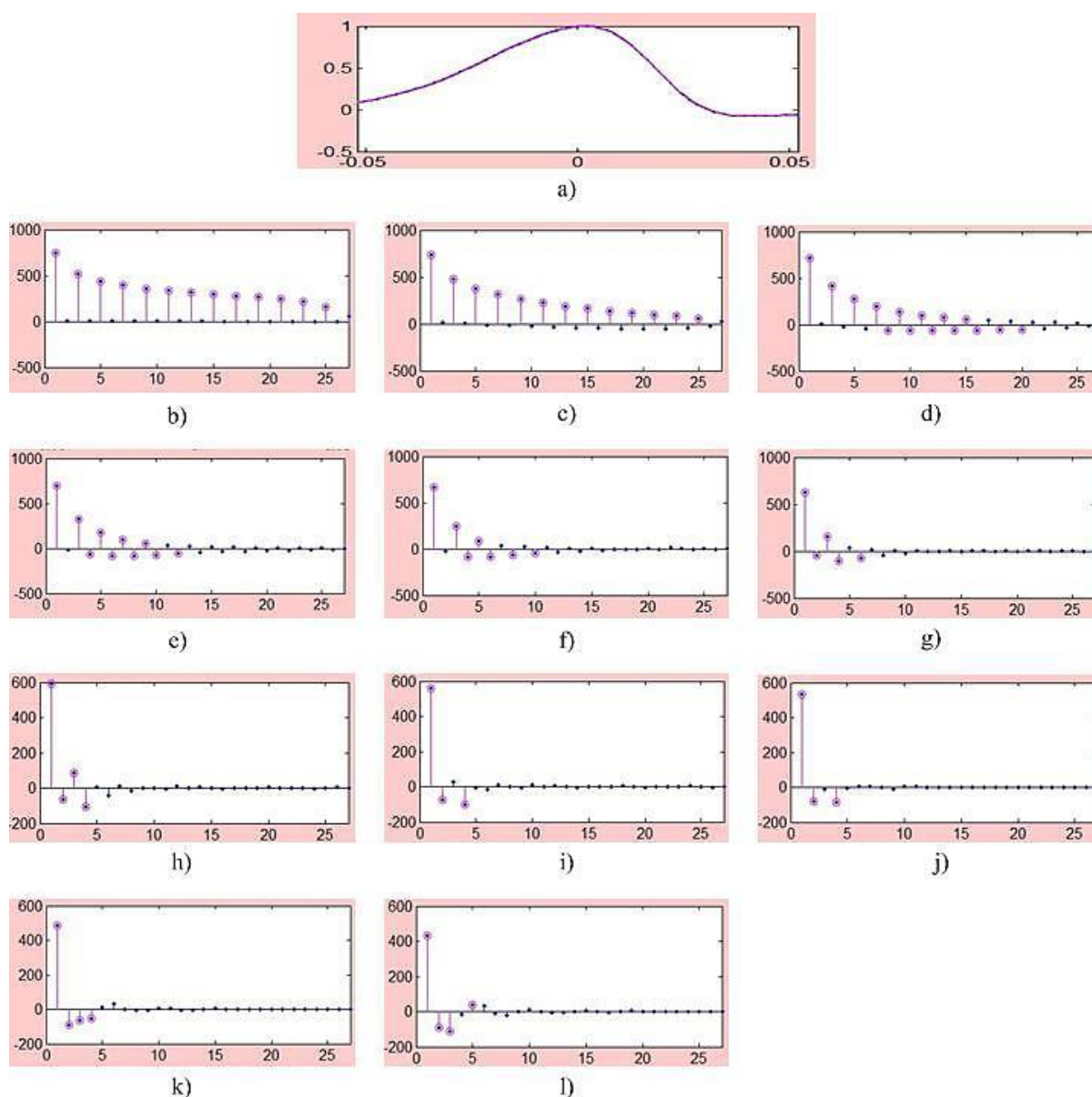
**Slika 44:** Promjena vrijednosti vremenskog pomjeraja: a)  $\tau = 0.5$ , b)  $\tau = 1$ , c)  $\tau = 13$ , d)  $\tau = 14$ , e)  $\tau = 15$ , f)  $\tau = 16$ , g)  $\tau = 17$ , h)  $\tau = 18$ , i)  $\tau = 25$ .

- Uticaj faktora skaliranja na predstavu signala pomoću Hermitskih koeficijenata

Kako se faktor skaliranja određuje direktnim pretraživanjem, odnosno variranjem donje i gornje granice dok se ne postigne najoptimalniji stepen kompresije, prilikom rada razmatrane su različite vrijednosti granica faktora skaliranja i njihov uticaj na predstavu odabranog dijela signala pomoću Hermitskih koeficijenata. Na osnovu toga doneseni su zaključci i zakonitosti ponašanja koeficijenata u zavisnosti od vrijednosti ova dva parametra, kao i od vrijednosti vremenskog pomjeraja. Svi prikazani rezultati uključuju rezultate koji se dobijaju za različite vrijednosti faktora skaliranja iz granica definisanosti, za koje se postiže promjena u reprezentaciji signala. Glavni zaključci koji su rezultat analize raspoloživih podataka,

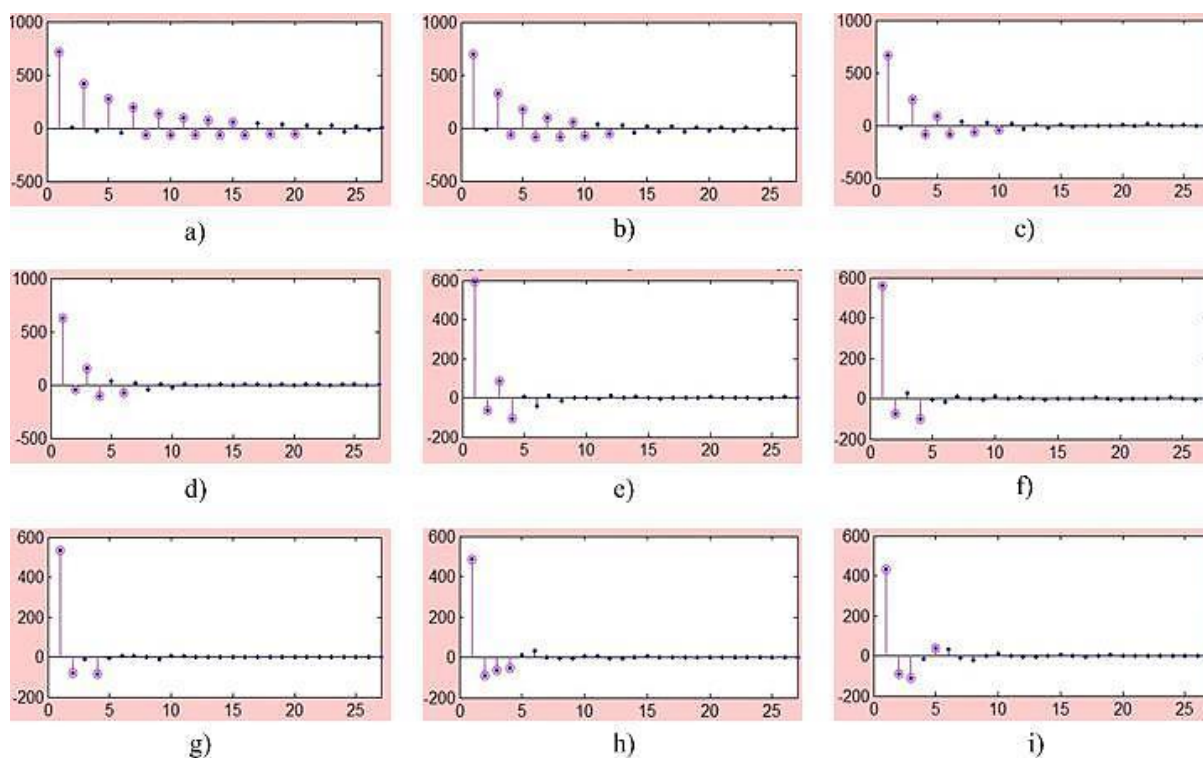
predstavljeni su rezultatima koji slijede. U dobijenim rezultatima razmatrani su karakteristični QRS kompleksi širine 60 odbiraka.

Prvi od razmatranih QRS kompleksa pripada grupi signala snimljenih kod osoba sa prisustvom anomalije srčanog mišića. Vrijednost parametra vremenskog pomjeraja je takva da se kompleks i funkcija preklapaju (Slika 45a.)). Početna vrijednost faktora skaliranja je u ovom slučaju odabrana tako da je bliska vrijednosti 0. Kod Slika 45b. i 45c. i krajnja vrijednost faktora skaliranja je bliska istoj vrijednosti.



**Slika 45:** a) Predstava QRS kompleksa u Hermitskom transformacionom domenu; Uticaj promjene gornje granice faktora skaliranja za vrijednosti vremenskog pomjeraja  $\tau = 0.5$  i početnog faktora skaliranja  $\delta_0 = 0.1$ :  
 b)  $\delta_{\max} = 0.5$ , c)  $\delta_{\max} = 1$ , d)  $\delta_{\max} = 1.5$ , e)  $\delta_{\max} = 2$ , f)  $\delta_{\max} = 2.5$ , g)  $\delta_{\max} = 3$ , h)  $\delta_{\max} = 3.5$ , i)  $\delta_{\max} = 4$ ,  
 j)  $\delta_{\max} = 5$ , k)  $\delta_{\max} = 6$ , l)  $\delta_{\max} = 6.5$ .

Cilj je bio pokazati da za vrijednosti  $\delta_0$  jednake ili bliske 0 dolazi do divergencije Hermitske transformacije. Ovo se može zaključiti i iz jednačina pomoću kojih se definišu optimalne vrijednosti ova dva parametra. Kao optimalna vrijednost parametra  $\delta_0$  uzima se vrijednost 1, što je određeno prilikom analize raspoloživih QRS kompleksa. Sa druge strane, kako se  $\delta_{\max}$  povećava, rezultati se poboljšavaju, što se uočava na slici. Empirijski je dokazano da vrijednost ovog parametra ne može biti veća od vrijednosti iz opsega [4,5] za koje se dobijaju najbolji rezultati kompresije. Pretjerano velika vrijednost gornje granice faktora skaliranja dovodi do pojave lokalnih minimuma u mjeri koncentracije Hermitskih koeficijenata, odnosno, mjera koncentracije Hermitskih transformacionih koeficijenata nije više validna mjera kvaliteta reprezentacije.

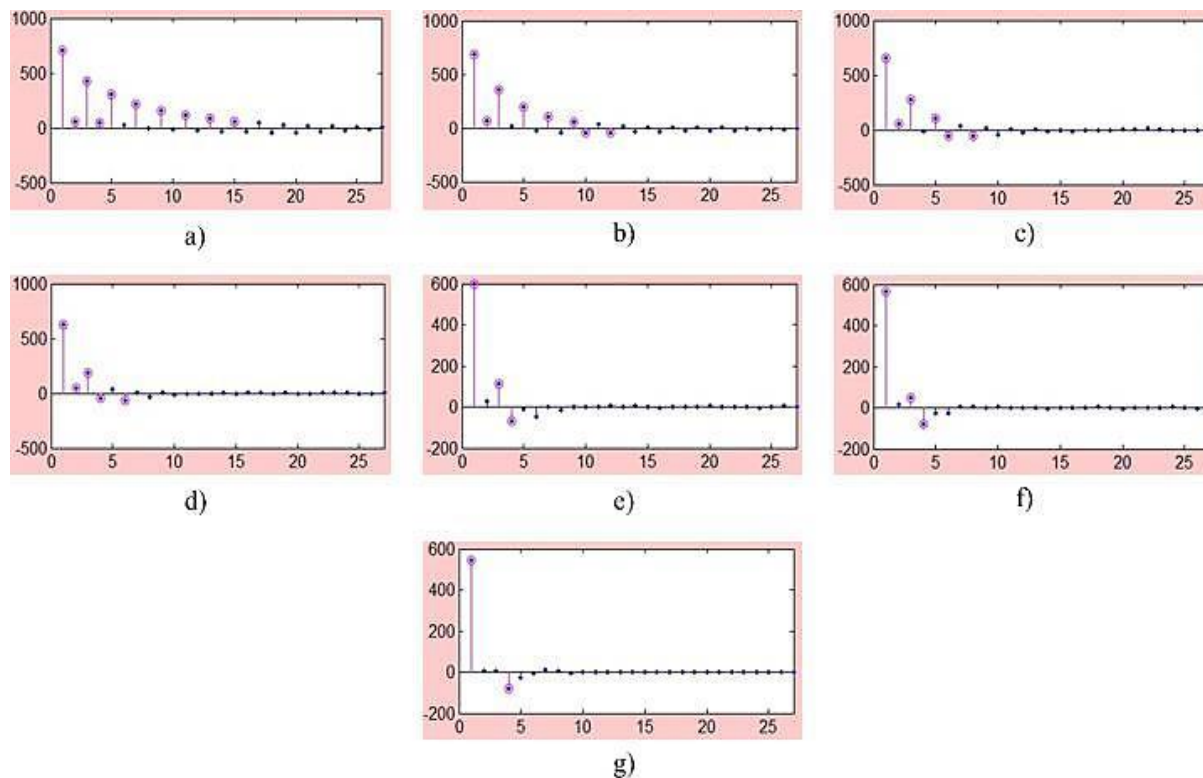


**Slika 46:** Uticaj promjene gornje granice faktora skaliranja za vrijednosti vremenskog pomjeraja  $\tau = 0.5$  i početnog faktora skaliranja  $\delta_0 = 1$  : a)  $\delta_{\max} = 1.5$ , b)  $\delta_{\max} = 2$ , c)  $\delta_{\max} = 2.5$ , d)  $\delta_{\max} = 3$ , e)  $\delta_{\max} = 3.5$ , f)  $\delta_{\max} = 4$ , g)  $\delta_{\max} = 5$ , h)  $\delta_{\max} = 6$ , i)  $\delta_{\max} = 6.5$ .

Na Slici 46. predstavljen je isti QRS kompleks ali za vrijednost  $\delta_0$  malo veću od prethodne. Kad se uporede Slika 45. i Slika 46. primjećuje se da Hermitski koeficijenti za iste vrijednosti  $\delta_{\max}$  ostaju nepromijenjeni. Može se zaključiti da glavni uticaj na optimizaciju reprezentacije

signala pomoću Hermitskih koeficijenata sada ima  $\delta_{\max}$ , dok je uticaj promjene  $\delta_0$  beznačajan. Slično je primijećeno i za veće promjene  $\delta_0$ .

Kod Slike 47. ponovo je analiziran isti QRS kompleks, pri čemu je ovog puta unijet blagi pomjeraj kompleksa u odnosu na funkciju, dakle predstavljeni rezultati dobijeni su za  $\tau = 1$ .



**Slika 47:** Uticaj promjene gornje granice faktora skaliranja za vrijednosti vremenskog pomjeraja  $\tau = 1$  i početnog faktora skaliranja  $\delta_0 = 1$ : a)  $\delta_{\max} = 1.5$ , b)  $\delta_{\max} = 2$ , c)  $\delta_{\max} = 2.5$ , d)  $\delta_{\max} = 3$ , e)  $\delta_{\max} = 3.5$ , f)  $\delta_{\max} = 4$ , g)  $\delta_{\max} = 4.5$ .

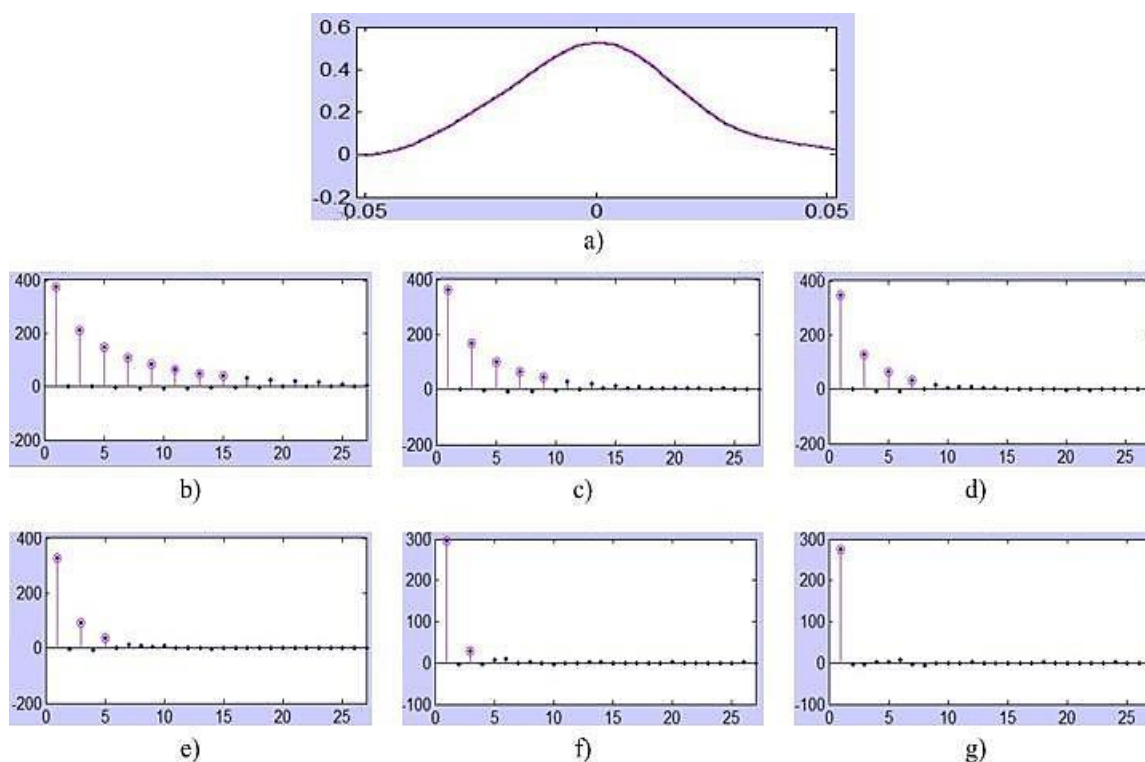
Kad se uporede Slika 46. i Slika 47. primjećuje se da je za blagi vremenski pomjeraj kompleksa rezultat predstave signala pomoću Hermitskih koeficijenata značajno bolji. Postignuto je čak da se 60 odbiraka signala može predstaviti sa svega dva Hermitska koeficijenta a da je pri tome očuvana čitava informacija o signalu (Slika 47g.).

Međutim, ovo nije uvijek pravilo. Odnosno, uticaj parametra vremenskog pomjeraja na Hermitske koeficijente razlikuje se od signala do signala.

Osim toga, rezultat kompresije signala zavisi i od toga na koji način i koliko uspješno je detektovan i izdvojen dati QRS kompleks, kao i od samog oblika kompleksa.

U cilju poređenja razlika između QRS kompleksa zdravih osoba i osoba sa srčanom anomalijom, koje su od izuzetnog značaja za njihovu klasifikaciju, u produžetku je analiziran i jedan QRS kompleks iz skupa QRS kompleksa zdravih osoba.

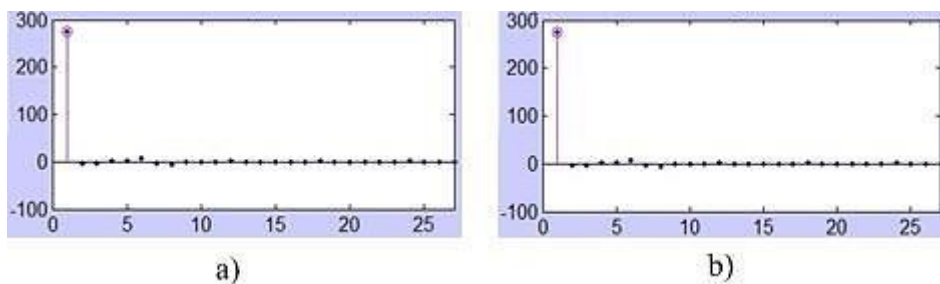
Na Slici 48. posmatrana je promjena Hermitskih koeficijenata za različite vrijednosti  $\delta_{\max}$  pri čemu je vrijednost vremenskog pomjeraja takva da se dati kompleks i funkcija poklapaju. Poređenjem sličnog slučaja kod QRS kompleksa iz skupa signala pacijenata kod kojih je pristna neka srčana anomalija, zaključuje se da su QRS kompleksi zdravih osoba značajno povoljniji za predstavu pomoću Hermitskih koeficijenata. Ovo proizilazi iz činjenice da su QRS kompleksi zdravih osoba pravilnog oblika pa su samim tim sličniji Hermitskim funkcijama nego što su to QRS kompleksi osoba sa srčanim anomalijama.



**Slika 48:** a) Predstava QRS kompleksa u Hermitskom transformacionom domenu; Uticaj promjene gornje granice faktora skaliranja za vrijednosti vremenskog pomjeraja  $\tau = 0.5$  i početnog faktora skaliranja  $\delta_0 = 1$ : b)  $\delta_{\max} = 1.5$ , c)  $\delta_{\max} = 2$ , d)  $\delta_{\max} = 2.5$ , e)  $\delta_{\max} = 3$ , f)  $\delta_{\max} = 4$ , g)  $\delta_{\max} = 5$ .

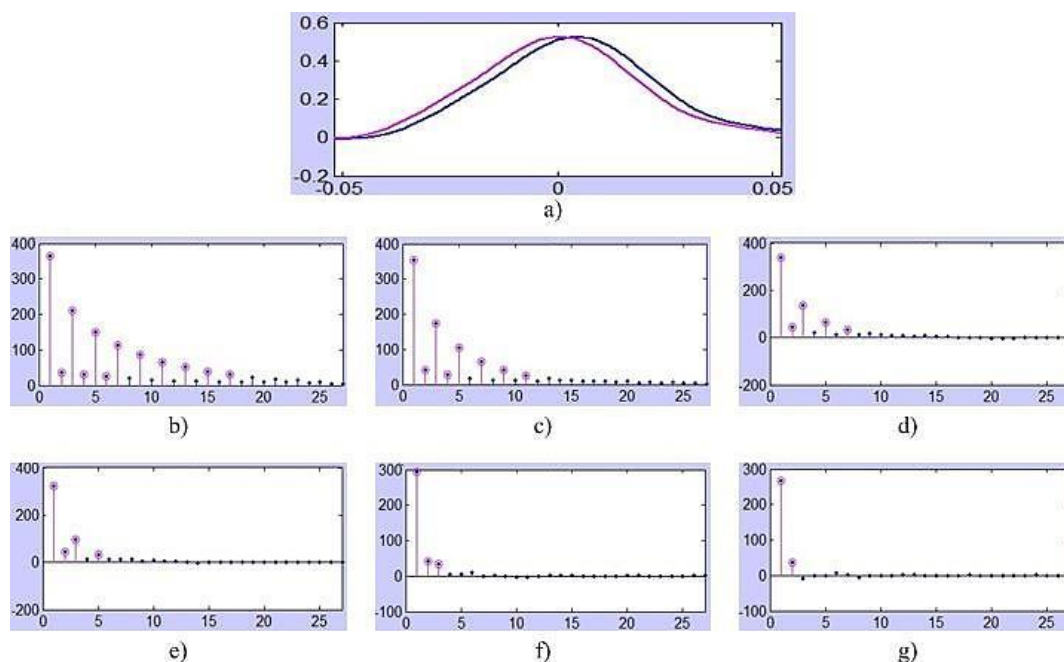
Slika 49. pokazuje da optimalna vrijednost parametra  $\delta_0$  iznosi 1 i da veće promjene ovog parametra ne utiču na reprezentaciju analiziranih signala u Hermitskom transformacionom domenu.





**Slika 49:** Uticaj promjene donje granice faktora skaliranja za vrijednosti vremenskog pomjeraja  $\tau = 0.5$  i početnog faktora skaliranja  $\delta_{\max} = 5$ : a)  $\delta_0 = 1$ , b)  $\delta_0 = 4$ .

Rezultat primjene pomenute transformacije za QRS kompleks sa Slike 48. sa razlikom u vremenskom pomjeraju kompleksa prikazan je na Slici 50. U ovom slučaju vremenski pomjeraj je izazvao pogoršanje rezultata, odnosno povećanje broja koeficijenata potrebnih za predstavljanje signala što je u suprotnosti sa ciljem rada.

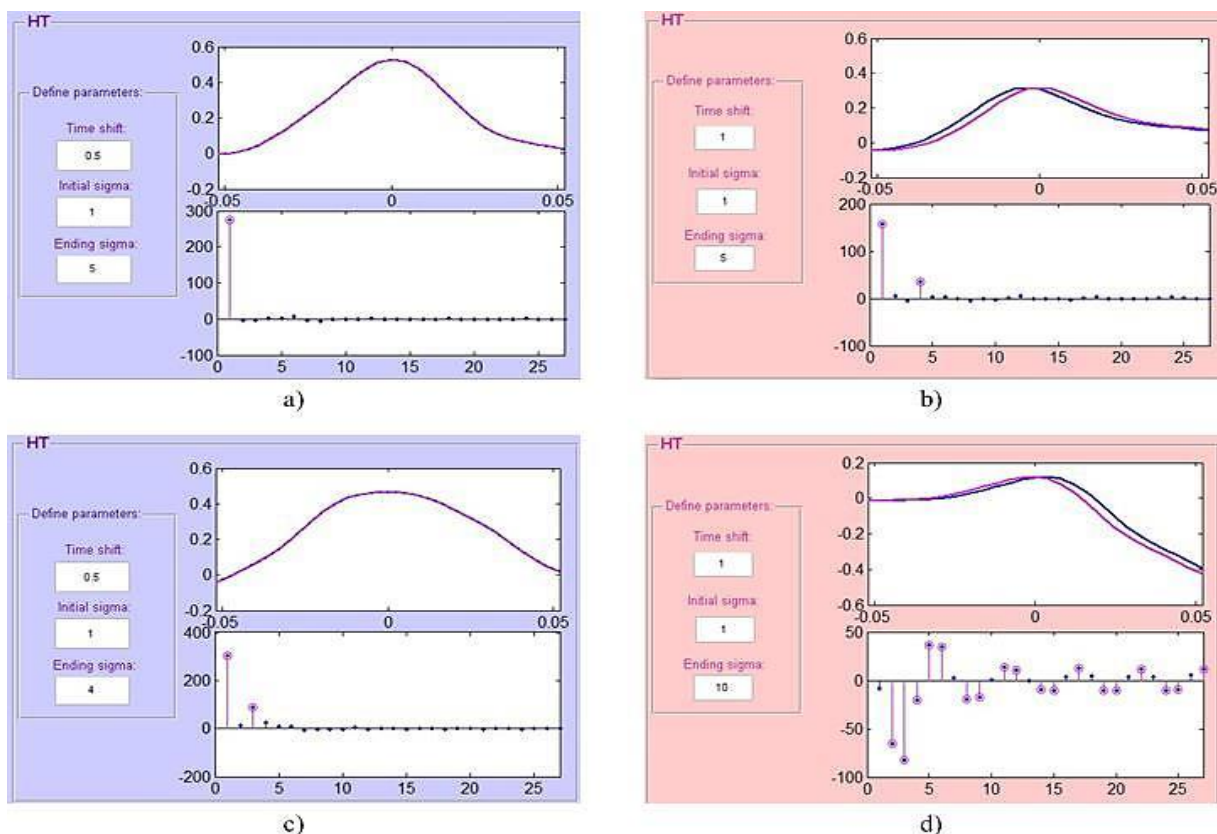


**Slika 50:** a) Predstava QRS kompleksa u Hermitskom transformacionom domenu; Uticaj promjene gornje granice faktora skaliranja za vrijednosti vremenskog pomjeraja  $\tau = 1$  i početnog faktora skaliranja  $\delta_0 = 1$ : b)  $\delta_{\max} = 1.5$ , c)  $\delta_{\max} = 2$ , d)  $\delta_{\max} = 2.5$ , e)  $\delta_{\max} = 3$ , f)  $\delta_{\max} = 4$ , g)  $\delta_{\max} = 5$ .

Dakle, iz većeg broja sprovedenih eksperimenata došlo se do zaključka da se, najbolji rezultati kompresije QRS kompleksa dobijaju za vrijednosti donje granice faktora skaliranja  $\delta_0 = 1$  i njegove gornje granice  $\delta_{\max} = 4$ .

Na Slici 51. prikazan je rezultat predstave nekoliko različitih QRS kompleksa u Hermitski transformacioni domen pri vrijednostima sva tri karakteristična parametra transformacije za koje je postignuta najbolja aproksimacija odabranih signala. Analizirana su po dva QRS

kompleksa iz oba skupa signala: lijevo – QRS kompleksi signala koji pripadaju zdravim osobama a desno – QRS kompleksi signala koji pripadaju osobama kod kojih je prisutna neka srčana anomalija. Kao što se sa slike može primjetiti, što je signal pravilnijeg oblika, bolja je i njegova predstava u Hermitski transformacioni domen.

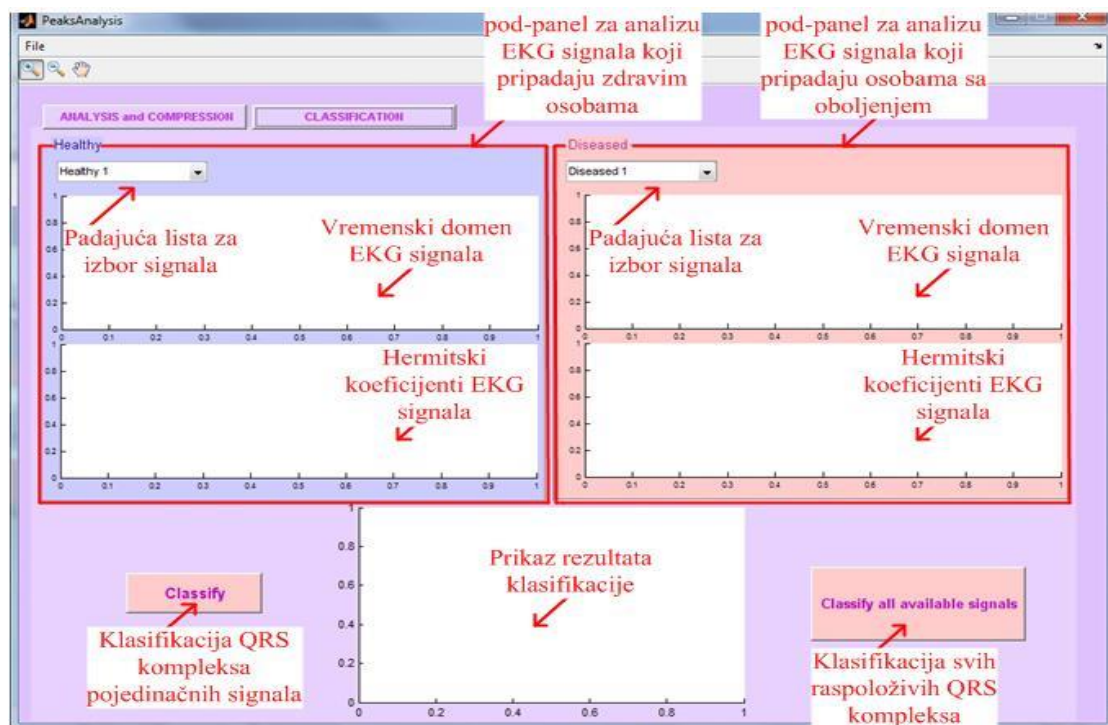


**Slika 51:** Primjeri Hermitske transformacije i Hermitskih koeficijenata QRS kompleksa sa vrijednostima parametara pri kojima je postignuta optimalna reprezentacija signala.

## 5.2. KLASIFIKACIJA QRS KOMPLEKSA

Na Slici 52. prikazan je panel za klasifikaciju QRS kompleksa EKG signala. Panel sadrži dva manja pod-panela od kojih jedan služi za analizu signala koji pripadaju zdravim osobama, a drugi za analizu signala koji pripadaju osobama sa anomalijom srčanog mišića. Oba pod-panela imaju padajuću listu za odabir željenog signala iz odgovarajuće grupe. Analiza i klasifikacija pomenutih signala se vrši u parovima zdravi – bolesni. Pod-paneli sadrže ose za prikaz signala u dva transformaciona domena, pri čemu gornje ose služe za prikaz vremenskog domena signala, dok donje ose služe za prikaz Hermitskih koeficijenata QRS kompleksa signala. Panel sadrži i ose za prikaz rezultata klasifikacije QRS kompleksa. Odabirom opcije “Classify” pokreće se proces klasifikacije odabranog para signala, dok dugme “Classify all available signals” služi za prikaz rezultata klasifikacije svih raspoloživih QRS kompleksa iz obje grupe signala.

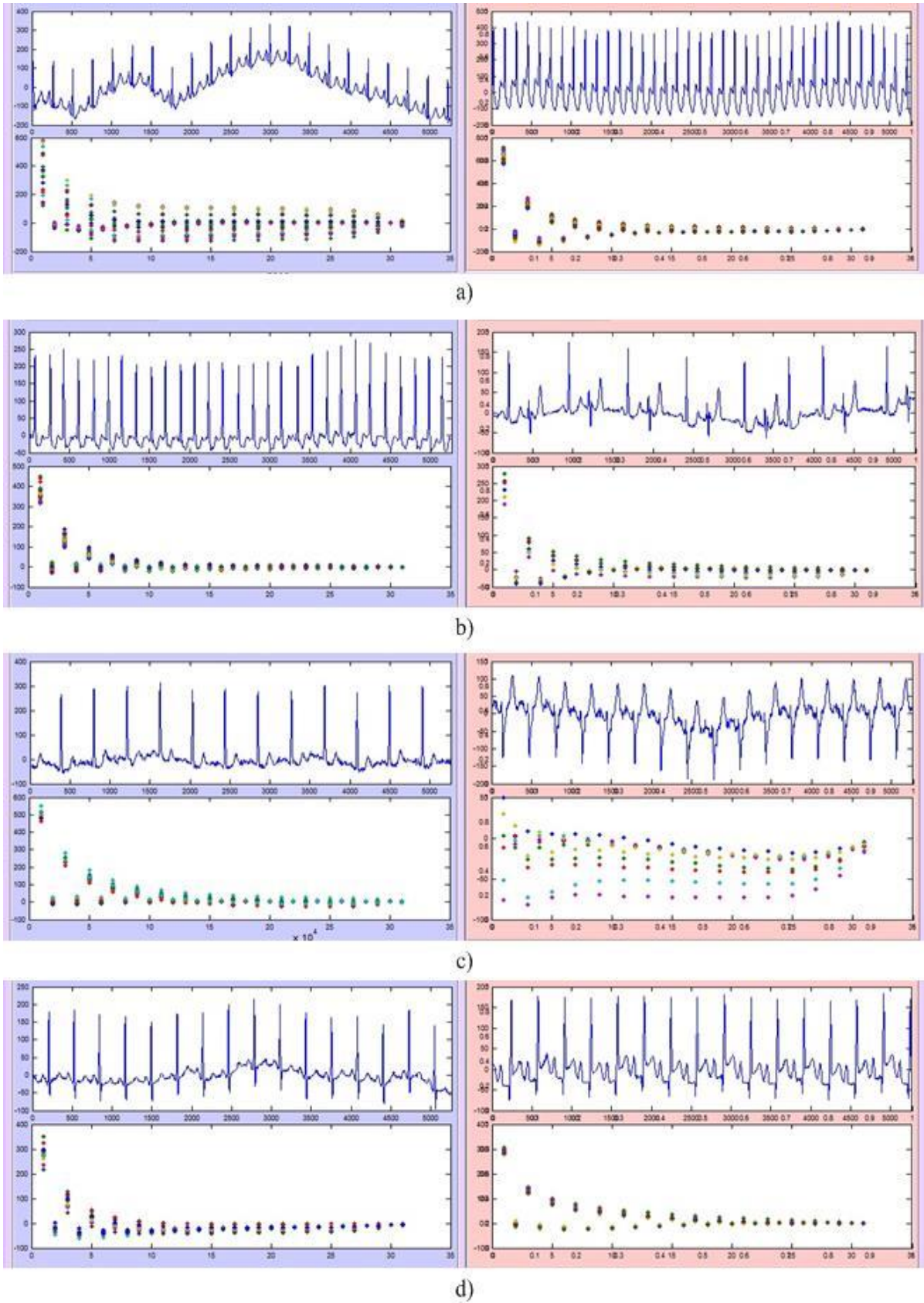
## Virtuelni instrument za analizu, kompresiju i klasifikaciju EKG signala



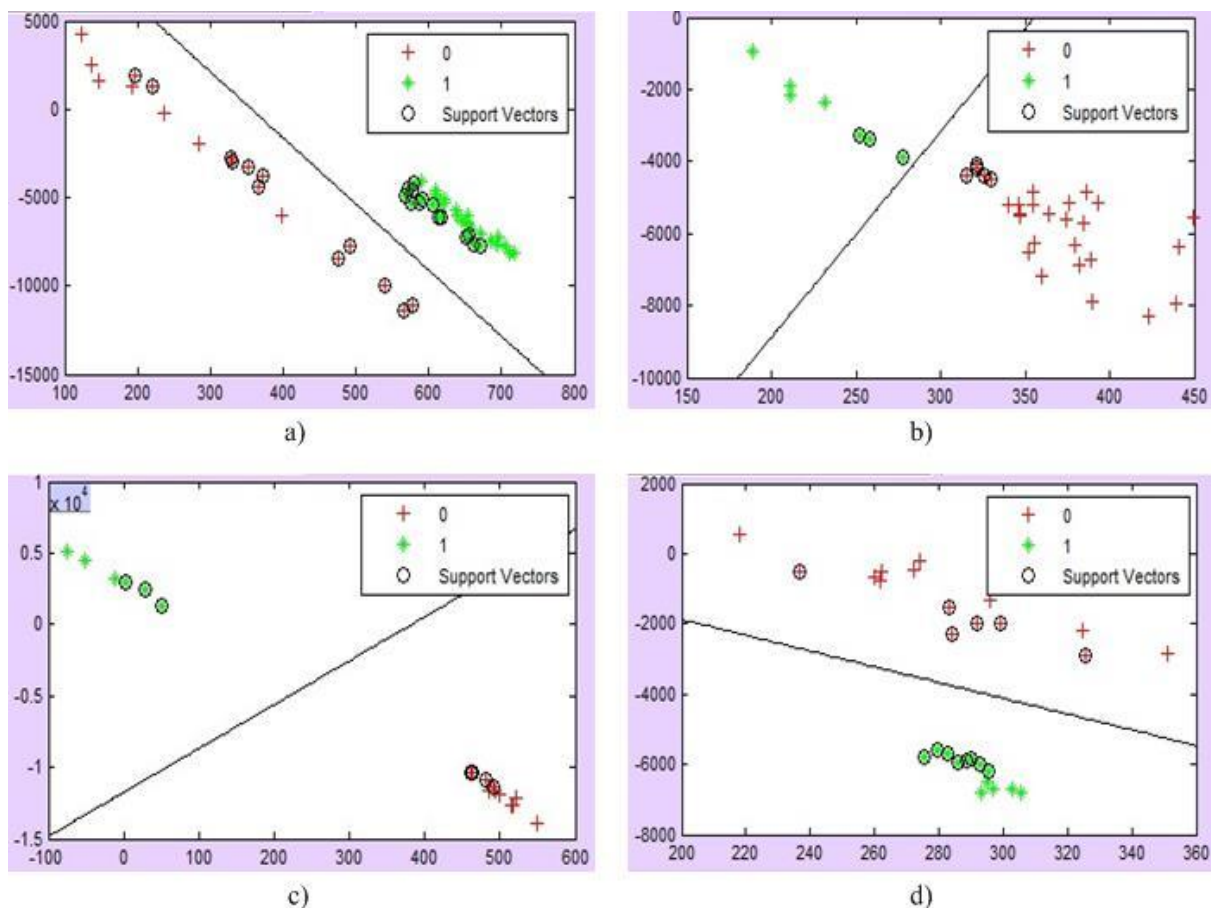
Slika 52: Panel za klasifikaciju QRS kompleksa EKG signala.

Na Slici 53. prikazani su vremenski oblici i Hermitski koeficijenti QRS kompleksa nekoliko signala koji su korišćeni prilikom kreiranja klasifikatora. Sa lijeve strane dati su EKG signali koji pripadaju zdravim osobama, dok su sa desne strane prikazani EKG signali osoba sa određenom anomalijom srčanog mišića. Hermitski koeficijenti QRS kompleksa koji su prikazani na slikama za svaki signal respektivno, su koeficijenti predstavnici odgovarajuće grupe signala koji su korišćeni za klasifikaciju signala i utiču na tačnost performansi klasifikatora, kao što je izloženo u četvrtom poglavlju. Na Slici 53. između ostalog možemo uočiti razlike između signala koji pripadaju različitim grupama, a koje predstavljaju osnov za dizajniranje dobrog klasifikatora. Osim toga, uočljive su i razlike u Hermitskoj transformaciji signala koji pripadaju istoj grupi. Pomenute razlike nastaju usljed neadekvatnih i nejednakih uslova akvizicije signala, prisustva šuma i uticaja ljudskog faktora. Ovo značajno utiče na tačnost klasifikacije, pa su upravo ovi faktori uticali na to da razvijeni klasifikator može efikasno da klasifikuje QRS komplekse koji ukazuju na određene anomalije, dok je nešto manja preciznost dobijena za slučaj "zdravih" QRS kompleksa. Međutim, i dobar detektor anomalija predstavlja veliki iskorak u oblasti biomedicinskog inženjeringa. Naime, ono što je najvažnije jeste da se izbjegne situacija da se kompleks koji pripada osobi sa oboljenjem svrsta u kategoriju/klasu "zdravih" signala. Obrnuta situacija je mnogo manje kritična i u teoriji detekcije poznata je pod nazivom lažni alarm.

Virtuelni instrument za analizu, kompresiju i klasifikaciju EKG signala



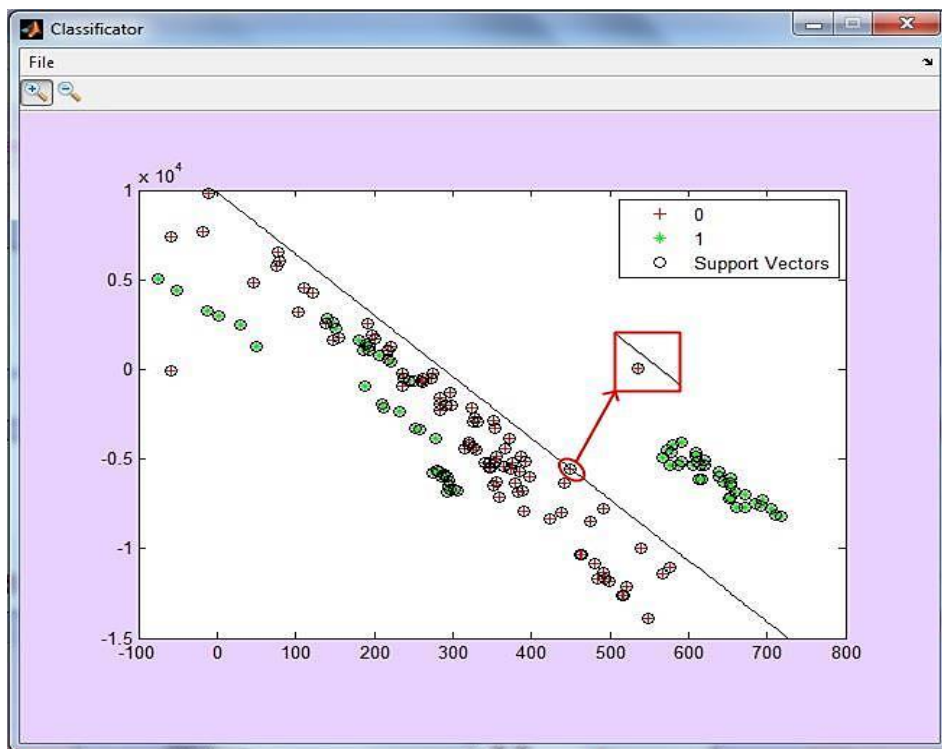
Slika 53: Vremenski oblik EKG signala za klasifikaciju i njihova predstava pomoću Hermitskih koeficijenata: lijevo – signali zdravih osoba, desno – signali osoba sa srčanom anomalijom.



Slika 54: Rezultati klasifikacije pojedinačnih parova signala.

Na Slici 54. prikazani su rezultati klasifikacije QRS kompleksa. Crvenim znakom “+” označeni su QRS kompleksi koji pripadaju EKG signalima osoba sa srčanim oboljenjem, dok su zelenim znakom “+” označeni QRS kompleksi signala zdravih osoba. Kružićem obilježeni su Potporni Vektori, o kojima je bilo riječi u četvrtom poglavlju.

Za većinu posmatranih parova signala “zdravi - bolesni”, klasifikator radi uspješno što je prikazano na Slici 54. Kad se govori o parovima signala, potrebno je napomenuti da je svaki od parova “zdravi - bolesni” dobijen od osoba približnih fizičkih karakteristika, pri čemu jedna osoba nema srčanih anomalija, dok kod druge postoje određeni poremećaji rada srčanog mišića.



Slika 55: Rezultat klasifikacije svih raspoloživih QRS kompleksa.

Slika 55. prikazuje rezultat klasifikacije svih raspoloživih QRS kompleksa, odnosno svih QRS kompleksa koji pripadaju svim 5 parovima signala “zdravi - bolesni”. Svi “bolesni” QRS kompleksi su uspješno prepoznati i klasifikovani ispravno. QRS kompleks koji je približen i istaknut u okviru slike, je najkritičniji, ali je ipak ispravno klasifikovan. Upravo je ovo pravi primjer razloga zašto je potrebno odrediti što veću marginu klasifikatora. Da margina ovog klasifikatora nije bila dovoljno velika, Potporni Vektori bliski razdvojnoj pravoj našli bi se sa njene druge strane. Osim toga, ovaj kritični kompleks je indikator da su koeficijenti predstavnici klase signala koji pripadaju osobama sa srčanim oboljenjem karakteristični i njihovi vjerodostojni predstavnici. Pogrešno klasifikovani “zdravi” QRS kompleksi prouzrokovani su prisustvom koeficijenata koji pripadaju signalima zdravih osoba prilikom klasifikacije, a koji rezultiraju od signala kod kojih je prisutna neka vrsta šuma.

Međutim, ako se uzme u obzir da je predstavljeno klasifikovano većinu parova signala “zdravi - bolesni” sa tačnošću od 100% i da je signal iz netačno klasifikovanog para koji pripada zdravoj osobi vrlo specifičan i sličan nepravilnom EKG signalu, onda se može smatrati da klasifikator ima veliki potencijal da se koristi u svrhe tačnog klasifikatora na “zdrave” i “bolesne”.

S druge strane, sa stanovišta detekcije nepravilnih QRS kompleksa, klasifikator je detektor nepravilnih kompleksa sa tačnošću 100%.

## Virtuelni instrument za analizu, kompresiju i klasifikaciju EKG signala

Naime, osobine klasifikatora moguće je izračunati koristeći se oznakama i jednačinama uvedenim u prethodnom poglavlju. Pošto je glavni cilj detekcija EKG signala pacijenata sa srčanim oboljenjem, svaka detekcija nepravilnog QRS kompleksa smatra se pozitivnom.

Koristeći se Tabelom 1. iz prethodnog poglavlja, olakšano je računanje osobina klasifikatora.

Detektovano \ Stvarno	Pozitivno	Negativno	Ukupno
Pozitivno	89	37	126
Negativno	0	35	35
Ukupno	89	72	161

Ukupan broj QRS kompleksa iznosi 161. "Zdravih" QRS kompleksa je 72, od čega je 35 njih tačno klasifikovano, dok je ostalih 37 klasifikovano pogrešno. S druge strane, ukupan broj nepravilnih QRS kompleksa iznosi 89, od čega su svi klasifikovani ispravno.

Na osnovu ovoga, koristeći jednačinu (3.75) računa se efikasnost klasifikatora koja iznosi:

$$\frac{89 + 35}{161} \cdot 100\% = 77\% .$$

Stepen tačnosti pozitivne detekcije računa se pomoću jednačine (3.76):

$$\frac{89}{89} = 1 ,$$

dok se stepen greške pozitivnih detekcija računa koristeći jednačinu (3.77):

$$\frac{37}{72} = 0.51 .$$

Stepen greške pozitivnih detekcija bi morao iznositi 0 da bi tačnost klasifikatora bila 100%. Dakle, što je veća vrijednost ovog parametra, umanjuje se efikasnost klasifikatora. Na poboljšanje ovog parametra značajno utiče smanjenje šuma i pravilna akvizicija signala u odgovarajućim uslovima.

## 6. ZAKLJUČAK

Analiza QRS kompleksa EKG signala u različitim transformacionim domenima dovela je do rezultata koji pokazuju da je predstavljanje signala korišćenjem Hermitskih funkcija najpovoljnije i dokazano je da se EKG signal može kompaktno i precizno predstaviti sa svega nekoliko značajnih Hermitskih koeficijenata. Ova činjenica predstavlja izuzetnu prednost u praktičnoj primjeni, posebno kod telemedicinskih uređaja gdje se zahtjeva gotovo simultani prenos podataka na daljinu. Osim toga, povoljnost predstave signala sa značajno smanjenom količinom podataka (približno 4% od ukupne količine raspoloživih odbiraka QRS kompleksa) sastoji se i u smanjenju vremena potrebnog za analizu EKG signala. Štaviše, originalni signal moguće je uspješno rekonstruisati na osnovu malog broja snimljenih odbiraka primjenom algoritama za rekonstrukciju koji se baziraju na teoriji komprimovanog očitavanja. Ovo je izuzetno značajno kad je potrebno prenijeti veliku količinu podataka na daljinu. Poznavajući činjenicu da se EKG signali osoba različitih tjelesnih karakteristika mogu značajno razlikovati, te da se te razlike mogu vidljivo odraziti na Hermitsku transformaciju ovih signala, neophodno je koristiti dostignuća teorije o parametrizaciji transformacije kako bi njene parametre optimalno prilagodili svakom posmatranom signalu. Predstavljanje čitave informacije koju nosi EKG signal pomoću karakterističnih koeficijenata, čiji je broj mnogo manji od ukupne dužine samog signala, omogućilo je i razvoj klasifikatora QRS kompleksa. Dokazano je da što je signal bolje aproksimiran u Hermitskom domenu, rezultati klasifikacije su bolji, a smanjenje količine podataka kojim je signal opisan omogućava bržu klasifikaciju. Za većinu analiziranih signala klasifikator radi sa visokom tačnošću. Greške koje mogu nastati prilikom klasifikacije prepisuju se prisustvu šuma usljed neadekvatnih uslova za akviziciju signala. Sa druge strane, razvijeni klasifikator se može upotrijebiti kao potpuno pouzdan detektor nepravilnih QRS kompleksa. Na osnovu dobijenih rezultata i predstavljenih metoda obrade, analize, kompresije i klasifikacije signala razvijen je Virtuelni instrument koji sve navedeno spaja u aplikaciju jednostavnu za korišćenje.

Uzimajući u obzir sve navedeno, doprinosi rada ogledaju se u mogućnosti primjene u sistemima podrške odjeljenju za kardiologiju, u telemedicinskim uređajima kao i u sklopu uređaja za ranu detekciju bolesti.



## REFERENCE

- [1] M. Akhtar, "The Electrocardiogram", American Heart Association 1990.
- [2] A. Bayes de Luna, "Basic Electrocardiography – Normal and Abnormal ECG Patterns", DOI: 10.1002/9780470692622.refs, 2007.
- [3] T. Baas, "ECG Based Analysis of the Ventricular Repolarisation in the Human Heart", Karlsruhe Transactions on Biomedical Engineering, Vol. 18.
- [4] Z. Vulaj, M. Brajović, A. Draganić, I. Orović, "Detection of Irregular QRS Complexes using Hermite Transform and Support Vector Machine," 59th International Symposium ELMAR-2017, Zadar, Croatia, 2017.
- [5] L. Sörnmo, P. Laguna, "Electrocardiogram (ECG) Signal Processing. Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering", 2006.
- [6] G. Sh. Yadav, Sh. Yadav, Prachi, "Time and Frequency Exploration of ECG signal", International Journal of Computer Applications 67(4):5-8, April 2013.
- [7] B. Halder, S. Mitra, M. Mitra, "Detection and Identification of ECG waves by Histogram approach", Control, Instrumentation, Energy & Communication (CIEC), 2016 2nd International Conference on Control, Instrumentation, Energy & Communication (CIEC).
- [8] M. Brajović, I. Orović, M. Daković, S. Stanković, "On the Parameterization of Hermite Transform with Application to the Compression of QRS Complexes", Signal Processing, in print, vol. 131, pp. 113-119, February 2017.
- [9] R. A. Alvarez, "A comparison of three QRS detection algorithms over a public database", Preprint submitted to Elsevier, 2013.
- [10] J. Pan, W. Tompkins, "A real-time QRS detection algorithm", IEEE Transactions on Biomedical Engineering 1985, 32: 230–236.
- [11] T. Cui, "Spectrum Analysis of Heart Rate Variability (HRV)", 2013.
- [12] J. K. Verma, A. Kumar, A. K. Jaiswal, "Enhancement of ECG signal by DFT using Fast Fourier Transform (FFT) Algorithm", International Journal of Current Engineering and Technology, Vol.5, No.3 (June 2015).
- [13] M. C. Abay, J. W. Ibanez, M. J. Segismundo, "FFT Analysis of ECG Signals in EDF Format", Cultural Association of Manila University, Philippines, 2010.
- [14] S. Elouaham, R. Latif, A. Dliou, M. Laaboubi, F. M. R. Maoulainie, "Parametric and Non Parametric Time-Frequency Analysis of Biomedical Signals",

International Journal of Advanced Computer Science and Applications(IJACSA),  
Volume 4 Issue 1, 2013.

- [15] T. Baas, "ECG Based Analysis of the Ventricular Repolarisation in the Human Heart", Karlsruhe Transactions on Biomedical Engineering Vol. 18, 2012.
- [16] B. Boashash, "Time Frequency Signal Analysis: Past, present and future trends", Control and Dynamic Systems 78 (1996): 1-69.
- [17] M. Ajab, I.A. Taj, I. Shafi, S. Stankovic, "A New Form of Gabor Wigner Transform by Adaptive Thresholding in Gabor Transform and Wigner distribution and the Power of Signal Synthesis Techniques to Enhance the Strength of GWT," Metrology and Measurement Systems, Vol. XX(2013), No. 1, pp: 99-106, 2013
- [18] S. Stankovic, I. Orovic, E. Sejdic, „Multimedia Signals and Systems: Basic and Advance Algorithms for Signal Processing“, Springer-Verlag, New York, 2015.
- [19] I. Orovic, B. Jokanovic, S. Stankovic, "Hardware realization of ambiguity domain based distribution", ETF Journal of Electrical Engineering, vol. 19, no. 1, 2011.
- [20] LJ. Stankovic, S. Stankovic, I. DJurovic, M. Dakovic, "Time-Frequency Signal Analysis", Research monograph, November 2011, Podgorica.
- [21] L. Cohen, "Time-Frequency Distributions – A Review," Proc. IEEE, Vol. 77, No. 7, July 1989, pp. 941-981.
- [22] S. Qian, D. Chen, "Joint Time-Frequency Analysis," Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall,1996.
- [23] I. Orović, M. Orlandić, S. Stanković, Z. Uskoković, "A Virtual Instrument for Time-Frequency Analysis of Signals with Highly Non-Stationary Instantaneous Frequency", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements, Vol. 60, No. 3, pp. 791 - 803, March 2011.
- [24] I. Orovic, N. Zaric, M. Orlandic, S. Stankovic, "A Virtual Instrument for Highly Concentrated Time-Frequency Distributions," International Conference ETAI 2009, Sept. 2009. Ohrid, Macedonia, 2009.
- [25] P. Flandrin, "Time-Frequency/Time-Scale Analysis," Academic Press, Sep 29, 1998 – Mathematics.
- [26] Abeysekera, R. M S S; Boashash, B., "Time-frequency domain features of ECG signals: their application in P wave detection using the cross Wigner-Ville distribution, " Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989. ICASSP-89., 1989 International Conference on, pp.1524,1527 vol.3, 23-26 May 1989.

- [27] I. Orovic, A. Draganic, S. Stankovic, E. Sejdic, "A Unified Approach for the Estimation of Instantaneous Frequency and Its Derivatives for Non-stationary Signals Analysis," ISSPA 2012, Canada, 2012.
- [28] N. Saulig, V. Sucic, S. Stankovic, I. Orovic, B. Boashash, "Signal content estimation based on the short-term Renyi entropy of the S-method TFD," IWSSIP 2012, Vienna, Austria, 2012.
- [29] I. Orovic, A. Draganic, S. Stankovic, "Highly concentrated distributions for estimating phase derivatives of nonstationary signal," *ETF Journal of Electrical Engineering*, Vol. 19, No. 1, 2011.
- [30] S. Stankovic, I. Orovic, N. Zaric, C. Ioana, "Two Dimensional Time-Frequency Analysis based Eigenvalue Decomposition Applied to Image Watermarking," *Multimedia Tools and Applications*, Vol.49, No.3, pp.529-543, 2010.
- [31] B. Boashash, P. O'Shea, "A methodology for detection and classification of some underwater acoustic signals using time-frequency analysis techniques," *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol.38, no.11, pp.1829,1841, Nov 1990.
- [32] R. G. Baraniuk, "Beyond time-frequency analysis: Energy densities in one and many dimensions," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 46, No. 9, Sept. 1998, pp. 2305-2315.
- [33] A. V. Oppenheim, "Speech spectrograms using the fast Fourier transform," *Spectrum, IEEE*, vol. 7, no. 8, pp. 57, 62, Aug. 1970.
- [34] S. Stankovic, I. Orovic, "Time-Frequency Rate Distributions with Complex-lag Argument," *Electronics Letters*, Vol. 46, No. 13, pp. 950 - 952, 2010.
- [35] I. Orovic, S. Stankovic, A. Draganic, "Time-Frequency Analysis and Singular Value Decomposition Applied to the Highly Multicomponent Musical Signals," *Acta Acustica united with Acustica*, Vol. 100, No 1, pp. 93-101(9), 2014.
- [36] A. Draganic, M. Brajovic, I. Orovic, S. Stankovic, "A Software Tool for Compressive Sensing based Time-Frequency Analysis," *57th International Symposium, ELMAR-2015, Zadar, Croatia*.
- [37] I. Orovic, S. Stankovic, M. Amin, "A New Approach for Classification of Human Gait Based on Time-Frequency Feature Representations," *Signal Processing*, Vol. 91, No. 6, pp. 1448-1456, 2011.

- [38] S. Stankovic, I. Orovic, C. Ioana, "Effects of Cauchy Integral Formula Discretization on the Precision of IF Estimation: Unified Approach to Complex-lag Distribution and its L-Form," *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 16, No. 4, pp. 307-310, 2009.
- [39] N. Saulig, Z. Milanovic, I. Orovic, S. Stankovic, V. Sucic, "Entropy Based Extraction and Classification of Frequency Hopping Signals from Their TFDs," *55th International Symposium ELMAR 2013, Zadar, Croatia, Sept. 2013*.
- [40] S. Stankovic, I. Orovic, "Robust Complex-Time Distributions based on Reconstruction Algorithms," *2nd Mediterranean Conference on Embedded Computing MECO - 2013*, pp.105-108, June 2013, Budva, Montenegro, 2013.
- [41] I. Orovic, S. Stankovic, V. Sucic, "An Averaged Time-Frequency Distribution for Noisy Signals Analysis," *TELFOR2011, Beograd, 2011*.
- [42] A. M. Bianchi, L. T. Mainardi, S. Cerutti „Time-frequency analysis of biomedical signals“, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol 22, Issue 3, 2000.
- [43] A. Draganic, I. Orovic, S. Stankovic, "FHSS Signal Characterization Based On The Crossterms Free Time-Frequency Distributions," *2nd Mediterranean Conference on Embedded Computing MECO - 2013*, pp. 152-155, June 2013, Budva, Montenegro, 2013.
- [44] I. Orovic, S. Stankovic, A. Draganic, "Time-frequency based analysis of wireless signals," *Mediterranean Conference on Embedded Computing (MECO) 2012, Bar, Montenegro, 2012*.
- [45] B. Boashash, "Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. I. Fundamentals," *Proceedings of the IEEE*, vol.80, no.4, pp.520,538, Apr 1992.
- [46] Bigan, C.; Woolfson, M.S.: Time–frequency analysis of short segments of biomedical data. *IEEE Proc. Sci. Meas. Technol.* 147(6), 368–373 (2000).
- [47] I. Orovic, S. Stankovic, N. Zaric, "Time-Frequency Rate Representation for IF Rate Estimation of Signals with Fast Varying Phase Function," *International Conference on Artificial Intelligence and Pattern Recognition AIPR-10*, pp: 234-237, Orlando, Florida, 2010.
- [48] A. Dliou, R. Latif, M. Laaboubi, F. Mrabih Rabou, S. Elouaham, „Time-frequency analysis of a noised ECG signals using empirical mode decomposition and

- Choi-Williams techniques“, International Journal of Systems, Control and Communications Volume 5, Issue 3-4.
- [49] E. Sejdic, I. Orovic, S. Stankovic, "Compressive sensing meets time-frequency: An overview of recent advances in time-frequency processing of sparse signals," Digital Signal Processing, accepted for publication, 2017.
- [50] I. Orovic, P. Zogovic, N. Zaric, S. Stankovic, "Speech Signals Protection via Logo Watermarking based on the Time-Frequency Analysis," Annals of Telecommunication, Vol. 63, No. 5-6, pp. 276-284, 2008.
- [51] Hassanpour, H.; Mesbah, M.; Boashash, B.: EEG spike detection using time-frequency analysis. ICASSP. 5, 421–424 (2004).
- [52] I. Orovic, A. Draganic, S. Stankovic, "S-method based eigenvalue decomposition for analysis of multicomponent communication signals," TELFOR 2011, Beograd, 2011.
- [53] A. Dliou, R. Latif, M. Laaboubi, F. M. R. Maoulainine „Abnormal ECG Signals Analysis Using Non-Parametric Time–Frequency Techniques“, Arab J Sci Eng (2014) 39:913–921.
- [54] M.E. Tagluk, M.J. English, „Time-frequency analysis of ECG signals using an image processing technique“, J Med Eng Technol. 1999 Sep-Oct;23(5):190-5.
- [55] I. Orovic, N. Zaric, S. Stankovic, M. Amin, "A multiwindow time-frequency approach based on the concepts of robust estimate theory," IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing ICASSP-2011, pp: 3584 - 3587, Prague, Czech Republic, 2011.
- [56] I. Orovic, S. Stankovic, "Improved Higher Order Robust Distributions based on Compressive Sensing Reconstruction," IET Signal Processing, Volume:8, Issue: 7, pp. 738 - 748, ISSN : 1751-9675, May, 2014.
- [57] N. Uchaipichat, S. Inban, “Development of QRS Detection using Short-time Fourier Transform based Technique“, IJCA Journal (2010): 7-10.
- [58] S. Stankovic, N. Zaric, I. Orovic, C. Ioana, "General form of time-frequency distribution with complex-lag argument," Electronics Letters, Vol. 44, No. 11, pp. 699-701, 2008.
- [59] N. M. Saad, A. R. Abdullah, Y. F. Low, “Detection of Heart Blocks in ECG Signals by Spectrum and Time-Frequency Analysis“, Research and Development, 2006. SCORED 2006. 4th Student Conference on Research and Development.

- [60] I. Orović, S. Stanković, LJ. Stanković, "Compressive Sensing Based Separation of LFM Signals," 56th International Symposium ELMAR 2014, Zadar, Croatia, 2014.
- [61] S. Stankovic, I. Orovic, "Time-Frequency based Speech Regions Characterization and Eigenvalue Decomposition Applied to Speech Watermarking," EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, Special Issue on Time-Frequency Analysis and its Application to Multimedia signals, Volume 2010, Issue Article ID 572748, Page(s) 10 pages, 2010.
- [62] I. Orovic, S. Stankovic, "A Class of Highly Concentrated Time-Frequency Distributions Based on the Ambiguity Domain Representation and Complex-Lag Moment," EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, Vol. 2009, Article ID 935314, 9 pages, 2009.
- [63] A. K. M. F. Haque, M. H. Ali, M. A. Kiber, "Improved Spectrogram Analysis for ECG Signal in Emergency Medical Applications", International Journal of Advanced Computer Science and Applications(IJACSA), Volume 1 Issue 3, 2010.
- [64] L. Song, F. Yu, „The Time-Frequency Analysis of Abnormal ECG Signals“, Life System Modeling and Intelligent Computing. Lecture Notes in Computer Science, vol 6330. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [65] S. Stanković, "TIME-FREQUENCY ANALYSIS AND ITS APPLICATION TO DIGITAL WATERMARKING", EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, Review paper in special issue on Time-Frequency Analysis and its Application to Multimedia signals, Vol. 2010, Article ID 579295, 20 pages, 2010.
- [66] S. Stankovic, I. Orovic, N. Zaric, "Robust speech watermarking procedure in the time-frequency domain," EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, Vol. 2008, No. ID 519206, Page(s) 9 pages, 2008
- [67] A. K. Bhoi, K. S. Sherpa, B. Khandelwal, "QRS Complex and T Wave Detection using STFT", Indian Journal of Science and Technology 9, no. 40 (2016).
- [68] S. S. Mahmoud, Z. H. Hussain, I. Cosic, Q. Fang, "Time-Frequency Analysis of Normal and Abnormal Biological Signals", Biomedical Signal Processing and Control 1, no. 1 (2006): 33-43.
- [69] S. Stankovic, I. Orovic, A. Krylov, "The Two-Dimensional Hermite S-method for High Resolution Inverse Synthetic Aperture Radar Imaging Applications," IET Signal Processing, Vol. 4, No. 4, pp: 352-362, 2010

- [70] M. Lagerholm, C. Peterson, G. Braccini, L. Edenbrandt, L. Sörnmo, "Clustering ECG Complexes Using Hermite Functions and Self-Organizing Maps", *IEEE Trans. Biomedical Engineering* 47 (7) (2000) 838-848.
- [71] S. Stankovic, I. Orovic, B. Mobasseri, M. Chabert, "A Robust Procedure for Image Watermarking based on the Hermite Projection Method," *Automatika - Journal for Control, Measurement, Electronics, Computing and Communications*, vol 53, no 4, 2012.
- [72] A. Ebrahimzadeh, M. Ahmadi, M. Safarnejad, "Classification of ECG signals using Hermite functions and MLP neural networks", *Journal of AI and Data Mining*, 4 (1) (2016) 55-65.
- [73] A. Sandryhaila, S. Saba, M. Püschel, J. Kovačević, "Efficient Compression of QRS Complexes Using Hermite Expansion", *IEEE Trans. Signal Process.* 60 (2) (2012) 947-955.
- [74] S. Stankovic, I. Orovic, A. Krylov, "Video Frames Reconstruction based on Time-Frequency Analysis and Hermite projection method," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Special Issue on Time-Frequency Analysis and its Application to Multimedia signals, Vol. 2010, Article ID 970105, 11 pages, 2010.
- [75] P. Laguna, R. Jané, P. Caminal, "Adaptive Feature Extraction for QRS Classification and Ectopic Beat Detection", *Institut de Cibernetica, (UPC-CSIC), Barcelona, SPAIN, IEEE* 1992.
- [76] P. Laguna, R. Jané, S. Olmos, N. V. Thakor, H. Rix, P. Caminal, "Adaptive estimation of the QRS complex wave features of the ECG signal by the Hermite model", *Med Biol Eng Comput.* 1996 Jan;34(1):58-68.
- [77] S. Stankovic, I. Orovic, M. Chabert, B. Mobasseri, "Image Watermarking based on the Space/Spatial-Frequency Analysis and Hermite Functions Expansion," *Journal of Electronic Imaging*, vol. 22, no. 1, 013014, 2013.
- [78] M. Brajovic, I. Orovic, M. Dakovic, S. Stankovic, "Compressive Sensing of Signals Sparse in 2D Hermite Transform Domain," *58th International Symposium ELMAR-2016, Zadar, Croatia, 2016.*
- [79] R. Jané, S. Olmos, P. Laguna, P. Caminal, "Adaptive Hermite Models for ECG Data Compression: Performance and Evaluation with Automatic Wave Detection", *Computers in Cardiology 1993, Proceedings, 1993.*
- [80] I. Orović, S. Stanković, T. Chau, C. M. Steele, E. Sejdić, "Time-frequency analysis and Hermite projection method applied to swallowing accelerometry

- signals“, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Vol. 2010, Article ID 323125, 7 pages, 2010.
- [81] O. A. Kurus, N. Kiliç, O. N. Uçan, “Hermitian transform approach in classification of ECG signals”, *Istanbul Aydın Üniversitesi Dergisi*.2013, 2(7):89-101.
- [82] A. Sandryhaila, J. Kovačević, M. Püschel, “Compression of QRS complexes using Hermite expansion“, *IEEE int. Conference on Acoust., Speech and Signal Process. (ICASSP)*, Prague, 2011, pp. 581-584.
- [83] M. Brajovic, I. Orovic, M. Dakovic, S. Stankovic, "Representation of Uniformly Sampled Signals in the Hermite Transform Domain," 58th International Symposium ELMAR-2016, Zadar, Croatia, 2016.
- [84] A Hashim, R. Bakhteri, Y. W. Hau, “Arrhythmia detection based on Hermite polynomial expansion and multilayer perceptron on system-on-chip implementation“, *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, Vol. 10, No. 20, November 2015, ISSN 1819-6608.
- [85] P. Dixit, “Segmented Modeling of ECG Signal by Using Hermite Basis Function“, *International Journal of Engineering and Mathematical Sciences (IJEMS)*, vol. 1, Issue – 1, pp. 40-46, Jan – June 2012, ISSN 2319-4537, (online) 2319-4545.
- [86] A. Gill, G. Carena, D. G. Marquez, A. Otero, “Hermite Polynomial Characterization of Heartbeats with Graphics Processing Units“, *International Work-Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering*, Granada (Spain), pp. 527-538, 2014.
- [87] L. R. L. Conte, R. Merletti, G. V. Sandri, “Hermite expansions of compact support waveforms: Application to myoelectric signals”, *IEEE Trans. Biomedical Engineering* 41 (12) (1994) 1147-1159.
- [88] J. B. Martens, “The Hermite transform - Theory”, *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Process.* 38 (9) (1990) 1595-1605.
- [89] A. Krylov, D. Kortchagine, “Fast Hermite projection method”, *Int. Conf. on Image Analysis and Recognition*, Portugal: 329-338, 2006.
- [90] M. Brajovic, A. Draganic, I. Orovic, S. Stankovic, "FHSS signal sparsification in the Hermite transform domain," 24th Telecommunications Forum TELFOR 2016, Belgrade 2016.
- [91] M. Yuan, A. De, T. K. Sarkar, J. Koh, B. H. Jung, “Conditions for generation of stable and accurate hybrid TD-FD MoM solutions“, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques* 54 (6) (2006) 2552–2563, doi: 10.1109/TMTT.2006.875823.



- [92] T. Oliveira e Silva, H. J. W. Belt, "On the Determination of the Optimal Center and Scale Factor for Truncated Hermite Series", European Signal Processing Conference, 1996. EUSIPCO 1996. 8th, Print ISBN: 978-888-6179-83-6.
- [93] A. Draganić, I. Orović, S. Stanković, "Robust Hermite transform based on the L - estimate principle", 23rd Telecommunications Forum, TELFOR 2015.
- [94] N. Tanguy, R. Morvan, P. Vilbé, L. C. Calvez, "Improved method for optimum choice of free parameter in orthogonal approximations", IEEE Transactions on Signal Processing 47 (9) (1999) 2576-848.
- [95] Z. Vulaj, A. Draganić, M. Brajović, I. Orović, "A tool for ECG signal analysis using standard and optimized Hermite transform", 6th Mediterranean Conference on Embedded Computing MECO 2017, Bar, Montenegro.
- [96] E. J. Candès, M. B. Wakin, "An Introduction To Compressive Sampling," IEEE Signal Processing Magazine, March 2008.
- [97] D. L. Donoho, "Compressed Sensing," IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 52, No. 4, April 2006.
- [98] I. Orović, V. Papić, C. Ioana, X. Li, S. Stanković, "Compressive Sensing in Signal Processing: Algorithms and Transform Domain Formulations", Mathematical Problems in Engineering, Review paper, 2016.
- [99] Y. C. Eldar and G. Kutyniok, "Compressed Sensing: Theory and Applications", Cambridge University Press, May 2012.
- [100] I. Orovic, A. Draganic, S. Stankovic, "Sparse Time-Frequency Representation for Signals with Fast Varying Instantaneous Frequency," IET Radar, Sonar & Navigation, Volume: 9, Issue: 9, Pages: 1260 - 1267, Print ISSN: 1751-8784, DOI: 10.1049/iet-rsn.2015.0116., 2015.
- [101] E. Candes, J. Romberg, "11-magic: Recovery of Sparse Signals via Convex Programming", October 2005;
- [102] S. Stankovic, LJ. Stankovic, I. Orovic, "Relationship between the Robust Statistics Theory and Sparse Compressive Sensed Signals Reconstruction," IET Signal Processing, Special issue on Compressive Sensing and Robust Transforms, Volume:8, Issue: 3, pp. 223 - 229, ISSN: 1751-9675, May, 2014.
- [103] S. Stankovic, LJ. Stankovic, and I. Orovic, "Compressive sensing approach in the Hermite transform domain," Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2015 (2015), Article ID 286590, 9 pages.

- [104] J. Romberg, "Imaging via Compressive Sampling," *IEEE Signal Processing Magazine*, March 2008.
- [105] T. Zhang, "Sparse Recovery with Orthogonal Matching Pursuit Under RIP," *IEEE Trans. on Information Theory*, 57(9), 2011, pp. 6215-6221.
- [106] M. Brajović, I. Orović, M. Daković, S. Stanković, "Compressive Sensing of Sparse Signals in the Hermite Transform Basis: Analysis and Algorithm for Signal Reconstruction", arXiv preprint arXiv:1511.04582 (2015).
- [107] M. Brajović, I. Orović, S. Stanković, "The Optimization of the Hermite transform: Application Perspectives and 2D Generalization", TELFOR 2016, Belgrade, Serbia.
- [108] R. E. Carrillo, K. E. Barner, T. C. Aysal, "Robust sampling and reconstruction methods for sparse signals in the presence of impulsive noise," *IEEE J. of Select. Topics in Sig. Proc.*, vol. 4, no.2, pp. 392–408, 2010.
- [109] J. Music, T. Marasovic, V. Papic, I. Orovic, S. Stankovic, "Performance of compressive sensing image reconstruction for search and rescue," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, Volume: 13, Issue: 11, pp. 1739 - 1743, Nov. 2016.
- [110] A. Draganić, I. Orović, S. Stanković, "Spread-spectrum-modulated signal denoising based on median ambiguity function," *59th International Symposium ELMAR-2017, Zadar, Croatia, 2017.*
- [111] L. F. Polanía, R. E. Carrillo, M. Blanco-Velasco, K. E. Barner, "Exploiting Prior Knowledge in Compressed Sensing Wireless ECG Systems," in *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, vol. 19, no. 2, pp. 508-519, March 2015.
- [112] M. Brajović, I. Orović, M. Daković, S. Stanković, "Gradient-based signal reconstruction algorithm in the Hermite transform domain", *Electronics letters*, vol. 52, no. 1, pp. 41-43.
- [113] A. Draganic, I. Orovic, S. Stankovic, "Blind Signals Separation in wireless communications based on Compressive Sensing," *22nd Telecommunications Forum, TELFOR, 2014.*
- [114] S. Stankovic, I. Orovic, "An Approach to 2D Signals Recovering in Compressive Sensing Context," *Circuits Systems and Signal Processing*, April 2017, Volume 36, Issue 4, pp. 1700-1713, 2016.
- [115] D. Craven, B. McGinley, L. Kilmartin, M. Glavin, E. Jones, "Compressed Sensing for Bioelectric Signals: A Review," in *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, vol. 19, no. 2, pp. 529-540, March 2015.

- [116] S. Senay, L. F. Chaparro, M. Sun, R. J. Scwabassi, "Compressive sensing and random filtering of EEG signals using slepian basis," in 16th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2008), Lausanne, Switzerland, 2008.
- [117] S. Stankovic, I. Orovic, LJ. Stankovic, "An Automated Signal Reconstruction Method based on Analysis of Compressive Sensed Signals in Noisy Environment," *Signal Processing*, vol. 104, Nov 2014, pp. 43 - 50, 2014
- [118] S. Stankovic, I. Orovic, M. Amin, "L-statistics based Modification of Reconstruction Algorithms for Compressive Sensing in the Presence of Impulse Noise," *Signal Processing*, vol.93, no.11, November 2013, pp. 2927-2931, 2013.
- [119] D. Sambhu, A. C. Umesh, "Automatic Classification of ECG Signals with Features Extracted Using Wavelet Transform and Support Vector Machines", *International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering* 2 (2013): 235-241.
- [120] L. Almazaydeh, K. Elleithy, M. Faezipour, "Detection of Obstructive Sleep Apnea Through ECG Signal Features", *Electro/Information Technology (EIT)*, 2012 IEEE International Conference on, pp. 1-6. IEEE, 2012.
- [121] E. Rabhi, Z. Lachiri, "SVM based on personal identification system using Electrocardiograms", arXiv:1306.5099 [cs.SY], 2013.
- [122] LJ. Stankovic, I. Orovic, S. Stankovic, M. Amin, "Compressive Sensing Based Separation of Non-Stationary and Stationary Signals Overlapping in Time-Frequency," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 61, no. 18, pp. 4562-4572, Sept., 2013.
- [123] A. Draganić, I. Orović, S. Stanković, X. Li, Z. Wang, "Reconstruction and classification of wireless signals based on Compressive Sensing approach," 5th Mediterranean Conference on Embedded Computing, MECO 2016.
- [124] A. Draganic, I. Orovic, S. Stankovic, X. Li, Z. Wang, "An approach to classification and under-sampling of the interfering wireless signals," *Microprocessors and Microsystems*, Volume 51, June 2017, Pages 106-113.
- [125] LJ. Stankovic, S. Stankovic, I. Orovic, M. Amin, "Robust Time-Frequency Analysis based on the L-estimation and Compressive Sensing," *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 20, No. 5, pp. 499-502, 2013.
- [126] A. Yodjaiphet, N. Theera – Umpon, S. Auephanwiriyaikul, "Electrocardiogram Reconstruction Using Support Vector Regression", *Signal Processing and Information Technology (ISSPIT)*, pp. 000269-000273. IEEE, 2012.

- [127] T. Fletcher, "Support Vector Machines Explained", Tutorial Paper (2009).
- [128] S. S. Mehta, N. S. Lingayat, "Support Vector Machine for Cardiac Beat Detection in Single Lead Electrocardiogram", IMECS, pp. 1630-1635. 2007.
- [129] M. H. Song, J. Lee, S. P. Cho, K. J. Lee, S. K. Yoo, "Support Vector Machine Based Arrhythmia Classification Using Reduced Features", International Journal of Control, Automation and Systems, vol. 3, no. 4, pp. 571-579, December 2005.
- [130] L. Wang, "Support Vector Machines: Theory and Applications", Vol. 177. Springer Science & Business Media, 2005.
- [131] P. Johansson, "Classification of ECGs and Microarray data using Support Vector Machines", Master Thesis, Department of Theoretical Physics, Lund University, Sweden, 2001.
- [132] S. M. Woo, H. J. Lee, B. J. Kang, S. W. Ban, "ECG Signal Monitoring using One-class Support Vector Machine", Proceedings of the 9th WSEAS International Conference on Applications of Electrical Engineering, Penang, Malaysia, March, pp. 23-25. 2010.
- [133] H. Bisgin, O. U. Kilinc, A. Ugur, X. Xu, V. Tuzcu, "Diagnosis of long QT syndrome via support vector machines classification", Journal of Biomedical Science and Engineering 4, no. 04 (2011): 264.
- [134] A. Gyuton, "Medicinska fiziologija - Izdanje 9", Beograd 1999.
- [135] C. Varon, D. Testelmans, B. Buyse, J. A. K. Suykens, S. V. Huffel, "Sleep apnea classification using least-squares support vector machines on single lead ECG", Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), 2013 35th Annual International Conference of the IEEE, pp. 5029-5032. IEEE, 2013.
- [136] K. Xie, "Support Vector Machine – Concept and matlab build".
- [137] S. Chaudhuri, T. D. Pawar, S. Duttagupta, "Ambulation Analysis in Wearable ECG: Chapter 4. Review of ECG Analysis", 2009.
- [138] H. A. Güvenir, B. Acar, "Feature Selection using a Genetic Algorithm for the Detection of Abnormal ECG Recordings", Proceedings of the World Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics (ISAS/SCI 2001), Orlando, FL, pp. 437-442. 2001.